

Interaction et révision de croyances[†]

Adjoua Bernadette Dango*

Resumen

Este estudio tiene como objetivo desarrollar sistemas de revisión en el que la adquisición de conocimientos y los aspectos interactivos del significado se introducen como un conjunto de preguntas y respuestas en relación con un conjunto inicial de supuestos expresados en lenguaje objeto. Este proceso es realizado por un despliegue progresivo de contenidos hipotéticos en un contexto de interacción haciendo creíble la información recibida por el agente. Este estudio también da la oportunidad de expresar con facilidad los aspectos interactivos del significado en los tableaux semánticos. Y así se destacan las nociones de actos de lenguaje mediante la conexión entre los diálogos y los tableaux en el texto de revisión de creencias.

PALABRAS CLAVE: dialógica, interacción, revisión de creencias

Résumé

Cette étude vise à concevoir des systèmes de révision dans lesquels l'acquisition de connaissances et les aspects interactifs de la signification sont saisis comme un jeu de questions et de réponses par rapport à un ensemble initial d'hypothèses exprimé dans le langage-objet. Ce processus s'effectue par un déploiement progressif de contenus hypothétiques dans un contexte d'interaction en crédibilisant l'information que reçoit l'agent. Cette étude donne également la possibilité d'exprimer avec aisance les aspects interactifs de la signification dans les tableaux sémantiques. Et met ainsi en exergue les notions d'actes de langage par la connexion entre dialogues et tableaux dans le contexte de la révision des croyances.

MOTS CLÉS: dialogique, interaction, révision des croyances

[†] Recibido: mayo 2015. Aceptado: agosto 2015.

* Université de Bouaké, Université de Lille3, UMR 8163: STL MESHES: ADA-LACTO

Introduction

Originellement conçue pour rendre constructif l'ensemble des mathématiques, la *théorie constructive des types* développée par le mathématicien suédois Per Martin-Löf¹ fournit un développement de l'isomorphisme de Curry-Howard entre propositions, types et ensembles, par l'introduction des *types dépendants*.²

Cette théorie, dénommée *Théorie constructive des types (CTT)*,³ est généralement connue sous le nom de *Théorie des Types de Martin-Löf (MTT)*, notamment lorsqu'elle n'est pas limitée à la logique intuitionniste.

Du point de vue de la signification, l'innovation de la théorie des types de Martin-Löf est l'introduction des moyens pour déployer un langage entièrement interprété dans lequel les règles qui fixent la signification sont exprimées au niveau du langage-objet.

Cette innovation de la théorie de Martin-Löf a conduit après le travail séminal d'Arne Ranta (1994), aux développements de nouveaux résultats et projets de recherche sur l'interface entre la linguistique computationnelle, (incluant la traduction automatique des langues), l'informatique théorique, la philosophie et l'épistémologie. Au-delà de la logique classique et intuitionniste, la *MTT* offre également un cadre permettant de développer la logique modale. C'est ainsi qu'en 1991, Ranta inspiré par quelques conférences publiques de Martin-Löf, publie un article intitulé *Constructing possible worlds* (Ranta 1991) dans lequel il fournit les premiers résultats d'une approche de la *CTT* et de la logique modale.

L'idée principale de l'article de Ranta est qu'une assertion relative à un monde possible W exprime un *jugement hypothétique* où l'assertion est faite en fonction des hypothèses qui sont formulées dans le langage-objet. Plus tard sur la base de cette approche, Giuseppe Primiero (2008) va développer un système d'inférences pour la logique modale qui n'aura pas besoin de labels pour les mondes mais d'assertions qui sont fournies sous des hypothèses ouvertes. Ces assertions modales sont alors réductibles aux hypothétiques. Autrement dit, ces assertions modales sont des types dépendants.

Primiero (2008) étend, alors, la théorie des types de Martin-Löf à l'analyse d'une version de la théorie de la révision des croyances, publiée en 1985 par le trio Carlos Alchourrón, Peter Gärdenfors et David Makinson. Il est remarquable que, bien que les développements les plus récents de la révision des croyances sont exprimés dans le formalisme de la logique modale, à la seule exception des travaux de Primiero, le lien entre la révision des croyances et la théorie des types de Martin-Löf n'a pas encore suffisamment été exploité. Giacomo Bonanno pour

¹ Martin-Löf (1984).

² Rahman et Clerbout (2015).

³ L'abréviation (CTT) de la Théorie constructive des types provient de la traduction anglaise Constructive Type Theory.

sa part formule la théorie de la révision des croyances dans le cadre d'une logique multimodale et temporelle.⁴ Virginie Fiutek, quant à elle, a proposé de rendre compte de cette sémantique de Bonanno dans un cadre dialogique.⁵

L'idée qui prévaut dans les recherches de Fiutek est qu'une telle révision ne consiste pas seulement en une réception d'informations passives. Elle engage une participation argumentative active: nous échangeons nos croyances dans l'interaction avec les autres.⁶

C'est à ce niveau que se situe notre contribution.⁷ Si Fiutek a choisi de combiner la logique dialogique et la révision des croyances en mettant en exergue la logique épistémique explicite, notre étude, elle, se situe à l'intersection de la théorie des types de Per Martin-Löf, de l'approche dialogique et de la révision des croyances.

Elle a pour objectif principal de concevoir le processus de révision dans le déploiement progressif de contenus hypothétiques dans un contexte d'interaction en crédibilisant l'information que reçoit l'agent. En d'autres termes, il s'agit de développer des systèmes de révision dans lesquels l'acquisition de connaissances et les aspects interactifs de la signification sont saisis comme un jeu de questions et de réponses par rapport à un ensemble initial d'hypothèses exprimé dans le langage-objet.

Cette analyse donne la possibilité de réinvestir la notion de croyance dans le contexte de la théorie constructive des types. Ainsi, exprimer un jugement *A est vrai* par rapport aux croyances d'un agent est équivalent aux jugements de la forme *A est vrai* par rapport à un ensemble d'hypothèses qui ne sont pas encore vérifiées. Les mondes possibles qui représentent les contextes de croyances sont substitués aux contextes d'hypothèses. Par conséquent, du point de vue épistémique, «possible» signifie qu'il existe différentes manières d'ajouter des connaissances à nos croyances pour obtenir le savoir qui, dans ce cas, n'est pas encore achevé. Autrement dit, cela signifie que le possible est toujours une approximation du savoir. Si l'approximation se termine, alors la possibilité se transformera en savoir.

Bien que notre étude a été centrée sur la reconstruction de Bonanno, notre approche fournit les éléments pour aller au-delà du contexte de Bonanno qui est classique.

Avant d'entrer dans le but de notre sujet, nous tenons à faire un bref rappel de notre dernier article Dango (2014) intitulé *Des dialogues aux tableaux dans le contexte de révision des croyances: De l'oralité à l'écriture*, publié dans le 20ème volume de la Collection *College Publications*, parce que dans celui-ci, nous avons évoqué la difficile tâche d'exprimer les aspects interactifs de la signification notamment dans les règles structurelles de l'axiome No Drop.

⁴ Cf. Bonanno (2009) et Bonanno (2010).

⁵ Pour plus d'informations, voir Fiutek et al. (2010); Fiutek (2013).

⁶ Comme déjà souligné par Platon, l'apprentissage, en tant qu'acquisition de savoir se saisit par l'interaction avec les autres. Cf. Cousin (1849).

⁷ Pour une étude approfondie, voir Dango (2015).

1. Bref rappel de l'article intitulé: Des dialogues aux tableaux dans la révision des croyances: Des dialogues de l'oralité à l'écriture des tableaux.

Notre étude dans l'article Dango (2014) s'est située à l'intersection de la révision des croyances, des approches multimodales et dialogiques. En effet, nous avons étudié l'interface entre les dialogues et les tableaux à partir de l'approche dialogique de la révision des croyances. Plus précisément, notre étude a envisagé l'analyse du processus d'extraction des tableaux sémantiques dans le cadre des dialogues dans le contexte de la révision des croyances afin de montrer les difficultés à exprimer dans les aspects fondamentaux de la signification.

Pour ce faire, nous nous sommes limités à l'axiome No Drop du système de Bonanno qui stipule que si l'information reçue par l'agent n'est pas en contradiction avec ses croyances initiales alors celui-ci les conserve.

Pour mieux éclaircir nos propos, faisons une brève introduction de la dialogique avant de présenter les grandes lignes de l'article Dango (2014).

La dialogique fut initiée par Paul Lorenzen dans les années 50 et par la suite développée par Kuno Lorenz⁸ pour différencier entre la logique classique et logique intuitionniste.⁹ Depuis lors, Shahid Rahman et ses collaborateurs ont développé la dialogique comme un cadre général pour systématiser différentes logiques.¹⁰

La dialogique est une approche à la logique basée sur la notion de signification comme usage et sa philosophie des mathématiques.¹¹ Plus précisément, elle étudie la logique comme une interaction qui se déroule dans un processus argumentatif. Il est possible d'établir une correspondance entre la notion logique de validité et celle d'une stratégie de victoire pour (P), c'est à dire qu'une proposition est valide lorsque (P) a une stratégie de victoire pour tous les coups de (O). Le jeu dialogique est régi par deux types de règles qui sont les règles particules et les règles structurelles.

Une règle de particule est une forme argumentative, une description abstraite de la façon dont on peut critiquer une proposition, en fonction de son connecteur (ou particule) principal, et les réponses possibles à ces critiques. Cette description donne une sémantique locale du simple fait qu'elle ne contient aucune référence à un contexte de jeu déterminé et fournit la manière d'attaquer ou de défendre une proposition sans la considérations des autres coups joués au préalable.

⁸ Nous pouvons consulter (Lorenzen et Lorenz (1978)). Pour une présentation historique de la transition de l'approche opérative de la logique à logique dialogique, se référer à Lorenz (2001).

⁹ Cf. Felscher (1985).

¹⁰ Pour les détails sur les récents développements en logique dialogique, nous pouvons citer, Rahman et Rückert (1999), Keiff (2007), Schroeder-Heister (2008), Fontaine (2013), Keiff (2009), Fontaine et Redmond (2008), Rahman et al. (2009), Rahman et Tulenheimo (2009).

¹¹ Nous mentionnons, ici, le livre de Mathieu Marion sur la philosophie des mathématiques de Wittgenstein publié en 1998 qui constitue un point de repère dans ce problème. Cf. Marion (2004).

On peut aborder ces règles en supposant que l'un des joueurs (X ou Y) affirme une proposition qu'il doit ensuite défendre face aux attaques de l'autre joueur (Y ou X, respectivement).¹²

Ce qui fait que, de façon générale, qu'on ait deux types de coups dans les dialogues:

- a/ les attaques (qui peuvent consister en questions ou concessions) et
- b/ les défenses (qui sont des réponses à ces attaques).

Nous pouvons voir le déroulement de cette interaction argumentative entre les deux joueurs dans les deux tables suivantes.

Rappelons, ici, les règles de particules de l'opérateur F, B et I.¹³

Les opérateurs modaux	Assertion X	Attaque Y	Défense X
L'attaquant choisit un instant futur t	$X ! F \varphi_{c,t}$	$Y ? F_{t_n}$ ($t R T t_n$)	$X ! \varphi_{c,t_n}$
L'attaquant choisit un contexte c_n	$X ! B \varphi_{c,t}$	$Y ? B_{c_n}$ ($c R B t c_n$)	$X ! \varphi_{c_n,t}$
Attaque standard	$X ! I \varphi_{c,t}$	$Y ? I_{c_n}$ ($c R I t c_n$)	$X ! \varphi_{c_n,t}$
Attaque non-standard	$X ! I \varphi_{c,t}$	$Y ! \varphi_{c_n}$	$c R I t c_n$

Explication

Quand X affirme $F\phi$ dans le contexte c et à l'instant t , Y choisit un instant futur t_n dans lequel X doit se défendre. En effet, si X affirme qu'à chaque instant futur il est le cas que ϕ , alors il s'engage à défendre ϕ à n'importe quel instant futur.

Quand X affirme $B\phi$ dans le contexte c et à l'instant t , Y choisit un contexte c_n dans lequel X doit se défendre car si X affirme que l'agent croit que ϕ à (c, t) alors, X doit s'engager à défendre ϕ dans tous les contextes dans lesquels cet agent

¹² Les règles sont symétriques, c'est à dire que les coups sont les mêmes pour le proposant et l'opposant.

¹³ Pour ce résumé, nous ne présenterons que les règles de particule de quelques opérateurs de la sémantique de Bonanno.

a des croyances. Quand X affirme $A \phi$ dans le contexte c et à l'instant t , Y choisit un contexte c_n dans lequel X doit affirmer. En effet, si X affirme qu'il est toujours le cas que ϕ , il s'engage à défendre ϕ à n'importe quel contexte.

Quand X affirme $I \phi$ dans le contexte c et à l'instant t , Y a le choix entre deux attaques: il choisit soit une attaque standard soit une attaque non-standard. Dans l'attaque standard, Y choisit le contexte dans lequel X doit défendre ϕ , car X doit être capable de défendre ϕ dans n'importe quel contexte choisi par Y . Dans l'attaque non-standard, Y affirme la proposition dans un contexte c_n qu'il choisit et X doit être capable d'affirmer que le contexte c_n choisi par Y lui est I -accessible. En effet, l'idée de cette attaque est que Y défie X à montrer qu'il est aussi informé que ϕ est le cas dans ce contexte c_n .

Après avoir représenté et expliqué les règles de particules des opérateurs modaux. Faisons de même pour les règles structurelles pour l'axiome No Drop.

Les règles structurelles, quant à elles, établissent l'organisation générale du dialogue qui commence avec la « thèse ». La thèse est jouée par le pro- posant qui se doit de la justifier, en la défendant contre les critiques (ou attaques) possibles de l'opposant. Ainsi, lorsque ce qui est en jeu est de tester s'il y a une preuve de la thèse, les règles structurelles doivent fournir les bases pour construire une stratégie gagnante. Elles seront choisies de manière à ce que le proposant réussisse à défendre sa thèse contre toutes les critiques possibles de l'opposant si et seulement si la thèse est valide. Toutefois, différents types de systèmes dialogiques peuvent avoir différents types de règles structurelles. Pour notre résumé, nous allons nous en tenir qu'aux règles structurelles qui correspondent à l'axiome No Drop. Cet axiome est l'un des axiomes les plus importants dans la révision des croyances de Bonanno. Permettez-moi de rappeler, ici, qu'il (Axiome No Drop) stipule que si l'information reçue n'est pas en contradiction avec les croyances initiales de l'agent, alors, il les conserve.

La règle structurelle pour l'opérateur B mentionné plus haut, est expliquée dans le chapitre 2. Cependant, celles qui correspondent à l'axiome No Drop sont RS 4-2 et RS 4-3.

La règle structurelle RS 4-3 dit ceci:

(P) peut réutiliser le contexte c_1 pour attaquer un opérateur B à (c, t) si:

- (i) (O) a utilisé c_2 pour attaquer un opérateur B à (c, t) .
- (j) (O) se défend d'une attaque non-standard de l'opérateur I à (c_2, t_1) .
- (k) (O) a choisi c_1 pour attaquer un opérateur B à (c, t_1) .

Le schéma suivant décrit la formalisation de l'attaque de (P) au coup (O) B_p à (c, t) , les conditions de l'attaque et la défense de (O).

$(O) Bp(c, t)$	
$(i)(O) [cR^{Bt}c_2]$	utilisation préalable de c_2
$(j)(O) [cR^{It_1}c_2]$	défense de l'attaque de I
$(k)(O) [cR^{Bt_1}c_1]$	
$(P) \langle ? B(c_1, t) \rangle$	choix de c_1
$(O) p(c_1, t)$	

La règle structurelle RS 4-3 ainsi formulée, nous allons en faire de même pour la règle structurelle RS 4-2.

La règle structurelle RS 4-2 nous dit ceci:

(P) peut réutiliser le contexte c_2 pour attaquer un opérateur I à (c, t_1) dans une attaque non-standard si:

(O) a utilisé auparavant ce contexte c_2 pour attaquer l'opérateur B à (c, t) .

Le schéma ci-dessous décrit l'attaque de (P) au coup (O) Ip à (c, t_1) , la condition de l'attaque et la défense de (O).

$(O) Ip(c, t_1)$	
$(O) [cR^{Bt}c_2]$	utilisation préalable de c_2 .
$(P) \langle p(c_2, t_1) \rangle$	
$(O) cR^{It_1}c_2$	

A travers ces règles structurelles mentionnées, plus haut, nous voulons mettre en exergue les aspects interactifs des dialogues qui ne peuvent pas être exprimés dans les tableaux. Cela s'explique par le fait que les tableaux ne prennent pas en compte la notion d'acte de langage qui se justifie par le manque d'échanges argumentatifs. Ces schémas fournis plus haut seront très importants dans l'explication du dynamisme de la croyance dans la théorie constructive des types.

Nous sommes parvenus à la conclusion que dans l'algorithme qui transforme les stratégies de victoire en tableaux, l'interaction exprimée dans les stratégies de victoire ne se laisse pas facilement formaliser dans les tableaux. Les aspects logiques de cette interaction restent dans le métalangage. Nous avons aussi dit que pour rendre compte de ces aspects interactifs de la signification dans les tableaux, nous devons avoir un système suffisamment riche pour les exprimer dans le langage-objet et que le système soit assez souple pour incorporer ces interactions dans les nouveaux contextes. Ce processus constitue une sorte de cercle «vertueux» qui doit fournir de nouvelles formes d'interaction afin de pouvoir les exprimer dans le nouveau langage. Alors, nous concevoir ce nouveau langage, il faut comme nous l'avons mentionné, plus haut, développer une version dialogique de la révision des croyances dans laquelle les aspects interactifs seront introduits au moyen de la théorie constructive des types (CTT). C'est justement

là que se situe notre présente contribution. Autrement dit, nous voulons donner une approche dialogique de la croyance dans le contexte de la théorie constructive des types afin de constituer ce langage qui nous permet de prendre en compte les aspects interactions indispensables de la signification, c'est-à-dire un langage dans lequel il n'y a pas de distinction entre le métalangage et le langage-objet. Ainsi, dans notre développement, cela revient à concevoir un système qui substituerait la conception des mondes possibles à la notion d'hypothèses dans le cadre de la révision des croyances. Autrement dit, il s'agit de fournir une approche de la logique modale constructive. Ce qui nous permet de passer à la section suivante.

2. La logique modale constructive

Concevoir la logique modale dans le cadre de la théorie constructive des types revient à relativiser les raisonnements selon des hypothèses. Précisément, il s'agit de faire des jugements hypothétiques en fixant la signification des propositions au niveau du langage-objet. Les mondes sont ici remplacés par des contextes d'hypothèses. Cette approche rend explicite ce qui semble implicite dans le langage modal en dépouillant celui-ci de toute empreinte métaphysique qui entraînerait certaines confusions dans ce langage.

Nous allons proposer un système dialogique de la logique modale constructive.

2.1. Conception des mondes comme des hypothèses

La logique modale constructive se saisit à travers l'idée des mondes comme des hypothèses. Cette conception de la logique modale constructive avait déjà été ébauchée par Ranta¹⁴ et étendue à la notion de la fiction par Rahman et Redmond (2014).¹⁵ L'idée principale de Ranta est qu'une assertion relative à un monde possible W équivaut à un jugement hypothétique où l'assertion est faite en émettant des hypothèses qui sont exprimées dans le langage-objet. En d'autres mots, nous n'avons pas besoin de labels pour les mondes mais d'assertions qui sont fournies sous des hypothèses ouvertes. Les assertions modales sont alors réductibles aux hypothétiques.

Ainsi, nous pouvons d'une certaine manière dire que la notion (métaphysique) de mondes possibles de Leibniz est mise en rapport avec la conception kantienne d'hypothétique.

Plus généralement et indépendamment du cadre dialogique, cela fournit les correspondances suivantes soulignées dans (Ranta, 1991, p.83):

- A : ensemble dans w signifie que $A(x)$ est un ensemble sous l'hypothèse que $(x: w)$

¹⁴ Cf. Ranta (1991).

¹⁵ Pour plus d'informations sur la notion de fiction, le lecteur peut consulter Redmond (2010).

- $A = B$: ensemble dans w signifie que $A(x)$ et $B(x)$ sont des ensembles égaux sous l'hypothèse que $(x: w)$
- $a: A$ signifie que $a(x)$ est un élément de l'ensemble A sous l'hypothèse que $(x: w)$
- $a = b$: A signifie que $a(x)$ et $b(x)$ sont des éléments identiques dans l'ensemble A sous l'hypothèse $(x: w)$

Dans la théorie constructive des types, les jugements hypothétiques sont considérés comme un ensemble de jugements pour lequel il n'y a pas une preuve spécifique mais plutôt une preuve arbitraire: un objet x .

La variable x est utilisée comme une preuve de A . Elle est utilisée de la même manière que l'utilisation d'une variable comme un élément arbitraire d'un ensemble.

En outre, la relation entre un monde w_1 et un monde w_2 doit être considérée comme une alternative épistémique dans laquelle w_2 est une extension de w_1 et que w_2 ajoute des informations, de sorte que chaque proposition est vraie sous l'hypothèse w_1 , qui elle aussi est vraie sous l'hypothèse w_2 .

Plus généralement, nous exprimons cette situation de la manière suivante:

$$d(y): w_1 (y: w_2).$$

Ainsi, si w_2 est accessible à w_1 , alors il existe une fonction f de w_2 à w_1 .¹⁶

Cependant, il peut y avoir plusieurs fonctions qui expriment w_2 à w_1 , cela veut dire que ces fonctions V et U sont aussi accessibles à w_1 , bien que w_2 , V et U ne sont pas accessibles entre elles. Nous obtenons alors une structure d'arbre avec w_1 comme racine.

Rappelons que dans ce contexte, chaque monde W , V et U est un ensemble, et cet ensemble est une hypothèse.

Du point de vue épistémique, «possible» signifie qu'il existe différentes manières d'ajouter des connaissances à nos croyances pour obtenir le savoir, qui dans ce cas n'est pas encore achevé. En d'autres termes, cela signifie que le possible est toujours une approximation du savoir. Si l'approximation se termine alors, la possibilité se transformera en savoir. Possible signifie donc ce qui peut être complété.

C'est ainsi que (Ranta, 1991, p.78) met en rapport cette notion de possibilité avec la conception du savoir de Husserl.¹⁷

Mais comment exprimer cette notion de manière formelle et montrer le lien avec l'approche dialogique ?

¹⁶ Cf. (Ranta, 1994, p.147).

¹⁷ Cf. Lavigne (2008).

Du point de vue formel, un monde possible est un ensemble constitué par une séquence d'assertions hypothétiques avec une dépendance entre elles (cette structure est appelée contexte).

Soit Γ la séquence qui est une approximation d'un monde. Nous avons:

$a: A$ en Γ signifie $a(x_1, \dots, x_n): A(x_1, \dots, x_n) (x_1: A_1, \dots, x_n: A_n, x_1, \dots, x_{n-1})$

Cela est similaire à:

A : ensemble dans Γ

$A = B$: ensemble dans Γ

a : A dans Γ

$a = b$: A dans Γ

Comme susmentionné, si les contextes doivent capturer la notion de mondes possibles, cela est important que leurs spécifications ne se terminent jamais. Ainsi, comme le souligne Ranta,¹⁸ les mondes sont une sorte de limites de séquences d'hypothèses de plus en plus spécifiées sans jamais atteindre la spécification totale. Signifions que ce sont ces spécifications (d'un contexte) qui correspondent aux relations d'accessibilité.

Après avoir exploité cette approche de la logique modale constructive, nous allons l'analyser davantage dans le contexte dialogique.

3. Conception dialogique de la logique modale constructive

Comme mentionné dans Rahman et Redmond (2014), les extensions de contextes sur le plan dialogique, doivent être considérées comme un jeu de questions et de réponses sur la spécification de contextes. C'est-à-dire que les questions et les réponses qui seront mises en exergue vont contribuer à spécifier le contexte de départ. Autrement dit, ce jeu de questions et de réponses va permettre de fournir les différentes extensions du contexte. Rappelons que nous sommes dans un langage interprété.

Supposons qu'un joueur considère des contextes (hypothétiques) dans lesquels il y a un objet ludique pour $A(y)$, sous la condition que x est un être vivant, y est un humain(x).

Alors, la première extension qu'on peut considérée peut être évoquée par la question suivante:

Est-il européen ou asiatique ?

La seconde peut être mise en exergue par les questions commençant par *qui*, *quoi*, *quand*.

¹⁸ Cf. (Ranta, 1991, p.78).

Pour la troisième extension, on pourrait par exemple demander au défenseur d'établir un lien entre les variables des premiers et les nouveaux contextes.

Considérons un contexte initial Γ contenant une disjonction $A \vee B$, l'objet ludique est la variable x .

Supposons encore un autre contexte Δ contenant y : A .

Dans un tel cas, si le joueur qui soutient que Δ est une extension de Γ , doit produire la formule suivante $L^\square(x) = y: A \vee B$, et ensuite, il doit être capable de montrer sa relation avec chaque composant de Γ .

La perspective dialogique modale dans le cadre de la théorie constructive des types peut être vue comme un dialogue dans lequel les coups impliquent des questions et des réponses en rapport avec des contextes.

3.1. Les quantificateurs dans un contexte d'hypothèses

Précisions, à ce niveau, les règles de particules pour les contextes de croyance.

Assertion	Challenge	Défense
$X ! c(y): (\exists x: A)B(y) (y: \Theta)$	$Y ?_F$	$X ! (\exists x: A)B(y): \text{prop}$ $A: \text{ens.}, \Theta: \text{ens.}$ $x: A, y: \Theta$
	$Y ? L^\square$ ou $Y ? R^\square$	$L(c(y)): A (y: \Theta)$ respectivement $R(c(y)): B (L(c(y))) (y: \Theta)$
$X ! c(y): (\forall x: A)B(y) (y: \Theta)$	$Y ?_F$	$X ! (\exists x: A)B(y): \text{prop}$ $A: \text{ens.}, \Theta: \text{ens.}$ $x: A, y: \Theta$
	$Y ! L(c(y)): A(y: \Theta)$	$X ! R(c(y)): B (L(c(y)))(y: \Theta)$

Explication

Nous savons qu'en théorie constructive des types, nous devons spécifier la règle de formation de toute proposition.

Ainsi, quand X affirme $c(y): (\exists x: A)B(y) (y: \Theta)$, Y attaque l'assertion en demandant comment elle a été formée. X répond en affirmant que la proposition $(\exists x: A)B(y)$ est formée d'un ensemble A et d'un contexte de croyance Θ , qui est constitué d'un ensemble n d'hypothèses (H_1, \dots, H_n) , tel que y un élément de Θ .

Nous spécifions que l'existentiel se comporte comme une conjonction.¹⁹

Pour l'attaque du quantificateur existentiel affirmé par X, Y pour a le choix. Soit il choisit la gauche, soit il choisit la droite de l'existentiel.

Soit Y demande la gauche de l'existentiel, X, dans ce cas, lui donne la gauche en spécifiant son objet ludique (arbitraire), c'est-à-dire un élément de l'ensemble A sous la condition que cet objet appartienne au contexte Θ , plus précisément aux hypothèses H_1, \dots, H_n . Soit Y demande la droite de l'existentiel, X donne la droite de l'existentiel en précisant que l'objet ludique est un opérateur qui sélectionne l'objet ludique de la droite de l'existentiel, telle que la droite constitue une affirmation concernant l'objet ludique de la gauche, toujours sous la condition que cet objet ludique appartient au contexte.

Quand X affirme le quantificateur universel, Y demande sa règle de formation et X répond en affirmant que la proposition $(\forall x: A)B(y) (y: \Theta)$ est formée de l'ensemble A et d'un contexte de croyance qui est considéré ici comme un ensemble, x et y constituent les éléments de ces ensembles. Le quantificateur universel se comporte comme l'implication. Ainsi, Y pour attaquer le quantificateur, concède l'antécédent et X doit affirmer le conséquent.

$L(c(y)): A (y: \Theta)$ signifie qu'il y a un élément de l'ensemble A qui fait partie du contexte de l'agent et cet élément fournit l'objet ludique de la partie gauche de l'existentiel.

$R(c(y)): B (L(c(y))) (y: \Theta)$ signifie qu'il y a un objet ludique pour la proposition B dans le contexte Θ où $L(c(y))$ est élément de A, choisi par le défenseur. Cet objet ludique pour B constitue la partie droite de l'existentiel.

Nous retenons dans ce chapitre que la conception de la logique modale constructive permet de rendre explicite ce qui est acquis de manière implicite dans le langage modal standard. La logique modale à caractère constructif donne directement dans le langage-objet la signification des propositions à travers les contextes d'hypothèses.

Ainsi, après avoir exploré l'approche dialogique de la logique modale dans le contexte de la théorie constructive des types, en présentant l'approche dialogique de la logique modale et temporelle. Ensuite, nous avons étalé les motivations qui ont suscité une conception constructive de la logique modale. Nous allons maintenant nous intéresser à la croyance dans le contexte de la théorie constructive des types.

¹⁹ Cf. Ranta (1994).

3.1.1. Pour une approche conversationnelle de l'opérateur de croyance

L'opérateur de croyance	Assertion X	Attaque Y	Défense
L'attaquant choisit une extension (Θ^*) du contexte Θ pour la formulation d'une question qui spécifie ce dernier $(\Theta^*) = [H_1, \dots, H_n, H_{n+1}]$	$X ! B A(\Theta)$	$Y ?_{B(\Theta)} (\Theta^*)$	$X ! A (\Theta^*)$

Table 1 – Règles de particule de l'opérateur B

Après avoir élaboré la règle locale pour l'opérateur B, nous allons mettre en exergue les avantages d'une telle entreprise par rapport aux règles locales antérieures pour les opérateurs épistémiques, abordées dans les sections précédentes. Ces avantages sont énumérés comme suit:

1. Les mondes exprimés dans le métalangage comme des labels abstraits, vides de contenu, dans la logique épistémique en particulier et dans la logique modale en général, sont substitués, ici, par des contextes de croyance qui sont des hypothèses spécifiques avec du contenu. En dépit du fait que les règles sont schématisées, les contextes de croyance sont un ensemble bien déterminé d'hypothèses dont l'affirmation dépend.
2. Au lieu d'une relation abstraite entre les mondes, nous avons des extensions entre les hypothèses qui composent les contextes de croyance. Aussi, nous pouvons relever un aspect interactif riche: Si quelqu'un affirme qu'il croit à la proposition A alors il affirme A en rapport avec les hypothèses qui constituent ses croyances. Ces hypothèses peuvent être précisées, au fur et à mesure, et le défenseur est déterminé à affirmer que, dans le contexte de la nouvelle extension de l'ensemble de ses hypothèses de départ, il est toujours le cas que A.

Pour mieux éclaircir nos propos, prenons l'exemple suivant:

L'agent p (français et vivant en France) estime que Marie est une étrangère, sous l'hypothèse que Marie est africaine. Si lors d'une conversation, l'interlocuteur demande à l'agent: est-elle mariée à un africain ou à un français ?

- Si elle est mariée à un français, alors la croyance initiale de l'agent n'est pas vérifiée.
- Si elle est mariée à un africain, alors la croyance de départ est justifié, dans ce cas, le défenseur est déterminé à affirmer que Marie est une étrangère.

Toutes les fois où les extensions vérifieront le contexte de croyance de départ, le défenseur sera toujours déterminé à affirmer sa croyance. Autrement dit, le défenseur gagne si et seulement si les extensions possibles données dans un contexte par l'attaquant confirment le contexte de croyance du défenseur.

Ces différents points relevés nous permettront d'atteindre l'objectif principal que nous nous sommes assignés. En clair, ils nous permettront d'exprimer dans le langage-objet, les aspects interactifs que nous avions du mal à exprimer dans la première section. Ce qui nous donne de passer au point suivant.

4. Révision des croyances et théorie des types de Martin-Löf

Comme nous l'avons déjà mentionné, l'approche de la MTT permet de comprendre les croyances vraies et révisables par le biais des jugements hypothétiques. L'approche dialogique, quant à elle, contribue à ce processus de révision en expliquant les extensions des hypothèses (par analogie correspondent aux relations d'accessibilité) comme étant des réponses aux questions spécifiques. La question se pose alors de savoir à quoi correspond, dans ce cadre, l'opérateur d'information de Bonnano ? En fait, cet opérateur d'information exprime l'idée qu'il n'existe pas de conditions qui impliquent un jugement hypothétique donné relevant de la proposition affirmée qui n'ait été considéré.

Alors dans le contexte conversationnel, être informé veut dire qu'il n'y a pas de questions que la proposition renferme qui n'aient été prises en considération par rapport aux limites de la discussion par une situation.

Ces limites sont données par le contexte d'hypothèses initial. Cependant, que la discussion soit limitée par un ensemble initial, cela ne signifie pas que nous ne pouvons pas avoir d'autres situations dans lesquelles on considère un contexte d'hypothèses initial différent. Mais seulement que l'assertion a été effectuée en prenant en compte toutes les hypothèses pertinentes pour la discussion des propositions concernées par une telle situation.

4.1. Les règles structurelles MTT No Drop

(P) peut réutiliser le contexte de croyance $c_1 = H_1, \dots, H_n$ pour attaquer un opérateur B affirmé par (O) à l'instant t et dans le contexte d'hypothèse $c = H_1, \dots, H_{n-1}$, (cela veut dire qu'il demande l'extension de l'ensemble des hypothèses H_1, \dots, H_{n-1} à H_n) si:

1. (O) a déjà étendu $c = H_1, \dots, H_{n-1}$ en t en posant une question qui met en exergue le contexte $c_1 = H_1, \dots, H_n^*$, cette question constitue une attaque de B dans le contexte $c = H_1, \dots, H_{n-1}$ en t.
2. (O) a déjà étendu $c = H_1, \dots, H_{n-1}$ en t_1 par une défense non-standard de l'opérateur I et l'extension de ce contexte donne le contexte c_2

- = H_1, \dots, H_n * en t_1 . Ces ensembles d'hypothèses constituent aussi les contextes de croyances parmi lesquels (O) affirme I.
3. (O) a déjà étendu $c = H_1, \dots, H_{n-1}$ en t_1 par une question qui met en évidence le contexte $c_1 = H_1, \dots, H_n$, et cette question constitue une attaque de B dans le contexte $c = H_1, \dots, H_{n-1}$ en t_1 .

Nous précisons qu'à ce niveau, nous avons reconstruit la règle en substituant les labels c_n par les ensembles d'hypothèses H_1, \dots, H_n . Ces hypothèses peuvent être substituées aussi par des formes abrégées Θ_n .

En récapitulant ce qui a été dit précédemment, nous avons ce qui suit (les ensembles de croyances sont remplacés par les formes abrégées Θ_n).

Il est essentiel de remarquer que les extensions d'hypothèses sont des réponses aux questions qui spécifient l'ensemble initial d'hypothèses. Ces réponses sont des jugements hypothétiques qui expriment un contenu précis.

Comme nous l'avons déjà mentionné, l'approche de la MTT permet de comprendre les croyances vraies et révisables par le biais des jugements hypothétiques. L'approche dialogique, quant à elle, contribue à ce processus de révision en expliquant les extensions des hypothèses (par analogie correspondent aux relations d'accessibilité) comme étant des réponses aux questions spécifiques. La question se pose alors de savoir à quoi correspond, dans ce cadre, l'opérateur d'information de Bonnano ? En fait, cet opérateur d'information exprime l'idée qu'il n'existe pas de conditions qui impliquent un jugement hypothétique donné relevant de la proposition affirmée qui n'ait été considéré.

Alors dans le contexte conversationnel, être informé veut dire qu'il n'y a pas de questions que la proposition renferme qui n'aient été prises en considération par rapport aux limites de la discussion par une situation.

Ces limites sont données par le contexte d'hypothèses initial. Cependant, que la discussion soit limitée par un ensemble initial, cela ne signifie pas que nous ne pouvons pas avoir d'autres situations dans lesquelles on considère un contexte d'hypothèses initial différent. Mais seulement que l'assertion a été effectuée en prenant en compte toutes les hypothèses pertinentes pour la discussion des propositions concernées par une telle situation.

Ainsi, nous aurons la règle suivante:

Règle structurelle MTT (RSMTT-4.3)

(P) peut réutiliser le contexte de croyance (Θ_i) pour attaquer un opérateur B affirmé par (O) à l'instant t et dans le contexte de croyance (Θ) si:

$$\begin{array}{c}
 \text{(O) B p t } (\Theta) \\
 \hline
 \text{(O)? (Bt}\Theta) (\Theta_j) \\
 \text{(O) I}_{t1} (\Theta_j) \\
 \text{(O)? (Bt1}\Theta) (\Theta_i) \\
 \text{(P) h? (Bt}\Theta) (\Theta_i) \text{ i} \\
 \text{(O) p t } (\Theta_i)
 \end{array}$$

Explication:

Il convient de signaler que la règle structurelle nous permet déjà d’avoir le tableau. Ainsi, nous avons un tableau dans lequel toutes les conditions interactives peuvent être exprimées au niveau du langage-objet.

- La première condition de la (RSMITT-4.3) qui est l’attaque de B par (O) représentée par $[cR^{Bt}c_2]$ est exprimée dans notre tableau sémantique MTT par $(O)?_{(Bt\Theta)}(\Theta_j)$. En effet, Θ_j introduit par (O) est une extension qui permet de vérifier Θ .
- La deuxième condition de la (RSMITT-4.3) qui est la défense de l’attaque non-standard de I par (O) représentée par $[cR^{It1}c_2]$ est exprimée dans notre tableau sémantique MTT par $(O) I_{t1}(\Theta_j)$. En effet, Θ_j permet également de vérifier Θ lors de l’attaque de l’opérateur d’information.
- La troisième condition de la RSMITT-4.3 qui est l’attaque de B par (O) représentée dans la RS 4-3 par $[cR^{Bt1}c_1]$ est exprimée dans notre tableau sémantique MTT par $(O)?_{(Bt1\Theta)}(\Theta_i)$. Θ_i est une extension qui permet de vérifier le contexte Θ .
- Cette expression $(P)<? (Bt\Theta) (\Theta_i)>$ exprime l’attaque de (P). Celle-ci est possible lorsque toutes les conditions ci-dessous sont remplies.

Nous pouvons voir ci-dessous la composition des différents contextes de croyance utilisés dans le schéma précédent.

$$\begin{array}{l}
 (\Theta): H_1, \dots, H_{n-1} \\
 (\Theta_i): H_1, \dots, H_n \\
 (\Theta_j): H_1, \dots, H_n^*
 \end{array}$$

Nous voyons clairement que le tableau MTT exprime très bien l’interaction. Cette dernière est très importante pour la signification. Dans la conception de la théorie des types de Martin-Löf, le tableau sémantique est très expressif dans la mesure où ses contextes ont du contenu, ce qui permet très aisément d’appréhender l’interaction.

Après avoir fourni la (RS-4.3) dans le cadre des contextes hypothétiques, faisons de même pour (RS-4.2).

La règle structurelle (RS-4.2) nous dit ceci:

(P) peut réutiliser le contexte c_2 pour attaquer un opérateur I à (c, t_1) dans une attaque non-standard si:

(O) $I_p(c, t_1)$
(O) $[cR^{Bt}c_2]$ utilisation préalable de c_2
(P) $\langle p(c, t_1) \rangle$
(O) $cR^{It}c_2$

Tableau sémantique de la RS 4-2

(T) $I_p(c, t_1)$

(T) $cR^{It}c_2$

Comme nous le remarquons pour cette règle (RS-4.2) nous n'avons qu'une seule condition et cette dernière n'est pas exprimée dans le tableau sémantique. Mettons en lumière cette condition dans le cadre des contextes d'hypothèses.

(P) peut réutiliser le contexte $c_2 = H_1, \dots, H_n^*$ pour attaquer un opérateur

I dans le contexte $c = H_1, \dots, H_{n-1}$ à t_1 dans une attaque non-standard si:

1. (O) a étendu H_1, \dots, H_{n-1} en t par une question qui permet de mettre en exergue le contexte $c = H_1, \dots, H_n^*$, cette question constitue l'attaque de l'opérateur B dans le contexte H_1, \dots, H_{n-1} en t .

Ainsi, nous substituons les labels c_n par les formes abrégées Θ_n ou par des ensembles d'hypothèses comme exprimés ci-dessus, nous obtenons alors ce qui suit:

La règle structurelle MTT (RSMTT-4.2)

(O) $I p t_1 (\Theta)$
(O)? (Θ_j)
(P) $\langle p^{(Bt\Theta)}(\Theta_j) \rangle$
(O) $_{[t \Theta]}(\Theta_j)$

Les contextes de croyances que nous avons utilisé correspondent aux ensembles d'hypothèses suivants:

Θ : H_1, \dots, H_{n-1}

(Θ_j) : H_1, \dots, H_n^*

Explication:

- La seule condition de la (RSMTT-4.2) qui est l'attaque de B par (O) représentée par [cRBt c2] est exprimée dans notre tableau sémantique constructif par (O) $\text{?}(Bt\Theta) (\Theta_j)$. En effet, Θ_j est une extension qui vérifie Θ . Cela veut dire que l'information reçue n'est pas en contradiction avec les contextes des croyances de l'agent.

Après avoir élaboré les règles structurelles MTT, construisons le dialogue MTT de l'axiome No Drop.

Explication

- Au coup 0: (P) affirme la thèse sous l'hypothèse H_1, \dots, H_{n-1} à t .
- Au coup 1: (O) attaque l'implication en concédant l'antécédent.
- Au coup 2: (P) affirme le conséquent.
- Au coup 3: (O) attaque l'opérateur temporel F et choisit comme ins-tant futur t_1 .
- Au coup 4: (P) répond à l'attaque en affirmant la formule à t_1 .
- Au coup 5: (O) attaque l'implication du coup 4, en concédant I_p .
- Au coup 6: (P) affirme le conséquent B_q .
- Au coup 7: (O) attaque l'opérateur B du coup 6, il choisit le contexte d'hypothèse H_1, \dots, H_n pour étendre le contexte d'hypothèse initial.
- Au coup 8 (P) ne peut pas répondre à l'attaque car (O) n'a pas encore introduit la proposition atomique q , selon la règle formelle (RS-2), (P) ne peut pas introduire de propositions atomiques, il peut seulement réutiliser celles que (O) a déjà introduites. Alors, il passe à une contre-attaque. (P) attaque la conjonction du coup 1 et choisit le premier conjoint dans le contexte d'hypothèse H_1, \dots, H_{n-1} à t .
- Au coup 9: (O) se défend alors en affirmant le premier conjoint.
- Au coup 10: (P) attaque la négation du coup 9.
- Au coup 11: (O) ne peut pas se défendre car selon les règles de particules de la négation, il n'y a pas de défense lors de l'attaque d'une négation alors, il se produit un changement de rôle du défenseur en attaquant. (O) attaque l'opérateur de croyance et choisit comme contexte de croyance H_1, \dots, H_n^* pour étendre le contexte de croyance initial.
- Au coup 12: (P) affirme $\neg p$ dans le contexte de croyance H_1, \dots, H_n à t .
- Au coup 13: (O) attaque la négation du coup 12.
- Au coup 14: (P) ne peut pas se défendre, alors, il passe à une attaque de la conjonction du coup 1, il choisit le deuxième conjoint.
- Au coup 15: (O) répond en assertant le deuxième conjoint.
- Au coup 16: (P) attaque l'opérateur d'information I par une attaque non-standard et choisit le contexte de croyance H_1, \dots, H_n^* déjà introduit par (O). (P) demande à (O) de confirmer que ce contexte de croyance H_1, \dots, H_n^* peut être réutiliser pour attaquer l'opérateur d'information. Cette attaque de (P) a été possible grâce à la règle structurelle: Si (O) a utilisé un contexte de croyance H_1, \dots, H_n^* pour attaquer l'opérateur B à H_1, \dots, H_{n-1} à t , alors, (P) peut utiliser ce contexte de croyance pour attaquer un opérateur I à H_1, \dots, H_{n-1} à t_1 dans une attaque non-standard.
- Au coup 17: (O) se défend à H_1, \dots, H_n^* à t_1 .

- Au coup 18, (P) attaque l'opérateur B et choisit le contexte de croyance d'hypothèse H_1, \dots, H_n déjà introduit par (O). Cette attaque a été possible grâce à la (RSMTT-4.3) : Si (O) a utilisé H_1, \dots, H_n pour attaquer un opérateur B à H_1, \dots, H_{n-1} à t_1 , s'il se défend de l'attaque non-standard d'un opérateur I à H_1, \dots, H_n^* à t_1 et s'il choisit H_1, \dots, H_n pour attaquer un opérateur B à H_1, \dots, H_{n-1} à t_1 alors, (P) peut réutiliser H_1, \dots, H_n pour attaquer un opérateur B à H_1, \dots, H_{n-1} à t
- Au coup 19: (O) répond en affirmant q à H_1, \dots, H_n à t.
- Au coup 20: La formule atomique q dans le contexte de croyance H_1, \dots, H_n étant introduite par (O), (P) répond à l'attaque antérieure du coup 6, il pose q à H_1, \dots, H_n mais cette fois à t_1 . Ce coup 20 a été possible grâce à la RSMTT-4.2: (P) peut réutiliser les formules atomiques et les contextes, déjà introduits par (O) dans un instant différent de celui de leur utilisation. (O) ne peut plus faire de mouvement, alors (P) gagne la partie.

Conclusion

En guise de conclusion, nous nous appuyons sur l'approche dialogique de la croyance en général, nous voulons pour cela la rapprocher à l'argument principal de Robert Brandom (2000). Selon ce dernier, une action est considérée comme une croyance si cette dernière est régie par un jeu d'offres et de demandes sur les raisons de cette action.

La conception principale qui sous-entend l'approche développée ci-dessus partage avec Brandom l'idée selon laquelle, l'interaction est à la base de toute formation de croyance. Ainsi, c'est à juste titre qu'il (Brandom) ajoute que cette forme d'interaction peut s'exprimer dans le cadre dialogique.

Ainsi, notre approche dialogique de la révision des croyances dans le contexte de la théorie des types de Martin-Löf met en exergue un processus de révision dans lequel l'acquisition de connaissances et les aspects interactifs de la signification sont saisis comme un jeu de questions et de réponses par rapport à un ensemble initial d'hypothèses. Ce processus s'effectue par le déploiement progressif du contenu hypothétique dans un contexte d'interaction crédibilisant l'information que reçoit l'agent. Ainsi, se précisent les mécanismes de révision des croyances.

Il s'est agi, à ce niveau, de concevoir la logique modale dans le cadre de la théorie constructive des types. Ce développement revient à relativiser les raisonnements selon des hypothèses. Autrement dit, faire des jugements hypothétiques en fixant la signification des propositions au niveau du langage-objet. Les mondes sont ici remplacés par des contextes d'hypothèses. Cette approche rend explicite ce qui semble implicite dans le langage modal en dépouillant celui-ci de toute empreinte métaphysique qui entraînerait certaines confusions dans ce langage.

Par ailleurs, cette étude donne la possibilité d'aller au-delà du système de Bonanno qui est une approche classique et concevoir des mécanismes de révision des croyances, dans lesquels l'information contredit les croyances initiales dans le cadre

de la théorie des types de de Martin-Löf. Échafauder de tels systèmes se résumerait à mettre en lumière la notion de changement d'hypothèses. Ce changement d'hypothèses prendra en compte trois aspects:

- La spécification du contexte initial d'hypothèses
- La confirmation de la preuve de l'hypothèse
- La preuve de la négation de l'hypothèse

Références

- BONANNO, G. 2009, «Belief revision in a temporal framework», *New Perspectives on Games and Interaction*, vol. 4, pp. 45–80.
- BONANNO, G. 2010, «Belief change in branching time: AGM-consistency and iterated revision», Working paper.
- COUSIN, V. 1849, «Philosophie populaire», *Pagnerre*, Paris.
- DANGO, A., B. 2014, «Des dialogues aux tableaux dans le contexte de révision des croyances: De l'oralité à l'écriture», dans *Entre l'orature et l'écriture: Relations croisées*, édité par C. Bowao et S. Rahman, Collee Publications, pp. 175–192.
- DANGO, B., A. 2015, *Approche dialogique de la révision des croyances dans le contexte de la théorie des types de Per Martin-Löf*, thèse de doctorat, Université de Charles De Gaulle de Lille 3.
- FELSCHER, W. 1985, «Dialogues, strategies, and intuitionistic provability», *Annals of Pure and Applied Logic*, vol. 28, no 3, pp. 217–254.
- FIUTEK, V. 2013, *Playing with knowledge and belief*, thèse de doctorat, Institute for Logic, Language and Computation, Université d'Amsterdam.
- FIUTEK, V., H. Rückert et S. Rahman. 2010, «A Dialogical Semantics for Bonanno's System of Belief Revision», dans *Construction. Festschrift for Gerhard Heinzmann*, édité par P. Bour, M. Rebuschi et L. Rollet, Collee Publications, Londres, pp. 315–334.
- FONTAINE, M. 2013, *Argumentation et engagement ontologique de l'acte intentionnel. Pour une réflexion critique sur l'identité dans les logiques intentionnelles explicites*, thèse de doctorat, Universités de Lille 3.
- FONTAINE, M. et J. Redmond. 2008, *Logique dialogique: une introduction. Méthode de dialogique règles et exercices*, Collee publications, Londres.
- KEIFF, L. 2007, *Le pluralisme dialogique. Approches dynamiques à l'argumentation formelle*, thèse de doctorat, Université Charles de Gaulle de Lille 3.
- KEIFF, L. 2009, «Dialogical Logic», *Stanford Encyclopedia of Philosophy*. URL <http://plato.stanford.edu/entries/logic-dialogical/>, (accès 2011).

- LAVIGNE, J.-F. 2008, *Les Méditations cartésiennes de Husserl*, Vrin, Paris.
- LORENZ, K. 2001, «Basic objectives of dialogue logic in historical perspective», *Synthese*, no 127, pp. 255—263.
- LORENZEN, P. et K. Lorenz. 1978, *Dialogische Logik*, Darmstadt: Wissenschaftliche Buchgesellschaft.
- MARION, M. 2004, *Ludwig Wittgenstein: introduction au Tractatus logico-philosophicus*, Presses Universitaires de France, Paris.
- MARTIN-LÖF, P. 1984, *Intuitionistic type theory* - Notes by Giovanni Sambin of a series of lectures given in Padua, June 1980, Bibliopolis Naples.
- PRIMIERO, G. 2008, *Information and Knowledge: A Constructive Type-theoretical Approach*, vol. 10, Springer.
- RAHMAN, S. et N. Clerbout. 2015, *Linking Games and Constructive Type Theory: Dialogical Strategies, CTT-Demonstrations and the Axiom of Choice*, Dordrecht: Springer.
- RAHMAN, S., N. Clerbout et L. Keiff. 2009, «Dialogues and natural deduction», *College Publications*, London, pp. 301–336.
- RAHMAN, S. et H. Rückert. 1999, «Dialogische Modallogik (für T, B, S4, und S5)», *Logique et analyse*, vol. 167, no 168, pp. 243–282.
- RAHMAN, S. et T. Tulenheimo. 2009, «From games to dialogues and back. towards a general frame for validity», dans *Games: unifying logic, language, and philosophy*, Springer, pp. 153–208.
- RANTA, A. 1991, «Constructing possible worlds*», *Theoria*, vol. 57, no 1-2, pp. 77–100.
- RANTA, A. 1994, *Type-theoretical grammar*, Oxford University Press, Oxford.
- Redmond, J. 2010, *Logique dynamique de la fiction. Pour une approche dialogique*, College publications, Londres.
- SCHROEDER-HEISTER, P. 2008, «Lorenzen's operative justification of intuitionistic logic», dans *One Hundred Years of Intuitionism (1907-2007)*, édité par M. Van Atten, M. Bourdeau, P. Boldini et G. Heinzmann, pp. 214–240.

