Revista de Humanidades de Valparaíso Año 3 / 2015 / 2do semestre / N° 6 Págs. i - iii
ISSN 0719-4242

– Reseña de libro –

Dubucs, J., & Bourdeau, M. (eds.) (2014). *Constructivity and Computability in Historical and Philosophical Perspective*

(Vol. 34). Springer Netherlands, XI. 214 pp.

ISBN: 978-94-017-9216-5 (Print) 978-94-017-9217-2 (Online), €83.29

El presente libro forma parte de la serie 'Logic, Epistemology and The Unity of Science' (Ed. Springer), dirigida por Shahid Rahman y John Symons y dedicada a tópicos vinculados con la unidad de la ciencia, a la luz de aportes provenientes de diversos desarrollos contemporáneos del campo de la lógica. En este sentido, el volumen 34, 'Constructivity and Computability in Historical and Philosophical Perspective' es una compilación de siete artículos, resultado de la reunión científica que llevó el mismo nombre y que tomó lugar en la École normale supérieure en Paris, en diciembre de 2006. Los organizadores de dicho evento fueron Jacques Dubucs (IHPST), Michel Bourdeau (IHPST), Jean-Paul Delahaye (Université des Sciences et Technologies de Lille), y Gerhard Heinzmann (Université de Nancy II), siendo los primeros dos, los editores del presente volumen.

Si bien compuesto por siete artículos, el libro puede verse, por un lado, como una síntesis descriptiva a la vez que filosófica del desarrollo del concepto de computabilidad. Desde la idea de Turing-computabilidad, el concepto de máquina, de algoritmo y de procedimiento computable, hasta las contribuciones de la teoría de la complejidad desarrollada por Kolmogorov, en el libro se discuten los vínculos clásicos entre la noción de computabilidad y la de recursividad. Por otro lado, el recorrido del libro se realiza desde una óptica constructivista, poniendo de manifiesto las tensiones y puntos de encuentro entre las ideas de constructividad y de computabilidad. Así, la principal contribución al campo deriva de la profunda y detallada discusión de los vínculos técnicos y filosóficos entre ambas áreas de investigación.

El libro comienza con el capítulo, *Constructive Recursive Functions, Church's Thesis, and Brouwer's Theory of the Creating Subject,* escrito por Göran Sundholm. Este puede ser leído como una introducción a la temática del libro, sin que ello implique un abordaje superficial del asunto. Allí, se argumenta contra la reductibilidad de la noción de función constructiva en la noción de función recursiva, discutiendo con profundidad y detalle la célebre tesis de Church: 'Every computable function is general recursive' [p. 13] desde una perspectiva intuicionista. Aquí, los pormenores técnicos y filosóficos juegan un rol esclarecedor en su argumentación. Sólo para dar un ejemplo, es muy interesante cómo el autor muestra las implicaciones de la obtención de funciones recursivas mediante minimalización en un contexto no clásico. Por otro lado, en relación con este tópico el autor analiza formal y filosóficamente la teoría del sujeto creador de Brower y prueba que es clásicamente válida. Este es un resultado atractivo, a la vez que sorprendente, dado que 'it represents the extreme consequences of intuitionistic subjectivism' [p. 32].

En el segundo capítulo, *The Developments of the Concept of Machine Computability from 1936 to the 1960s*, Jean Mosconi traza un recorrido del concepto de máquina desde los trabajos de Turing hasta la actualidad, haciendo hincapié en las distintas modificaciones introducidas al planteo original. Aquí, se muestra cómo el campo de la computabilidad se entrecruzó históricamente no sólo con la filosofía, sino también con la matemática. Si bien a simple vista puede resultar descriptivo el tema, este capítulo va adquiriendo profundidad en el abordaje filosófico, a medida que se va avanzando en la lectura. Es de gran interés para el autor de esta reseña el análisis del concepto de "infinitud" y su vínculo con la noción de universalidad, en el contexto de la computabilidad.

El tercero y cuarto capítulo forman un bloque temático y pueden ser leídos de manera conjunta. Ambos se dedican a la teoría de la complejidad de Kolmogorov, hija de la teoría de la computablidad y del desarrollo de las ciencias de la computación. El primero de ellos, a cargo de Serge Grigorieff, *Information and randomness*, si bien es técnicamente muy complejo, constituye una presentación ineludible para abordar este tópico. Allí, se presentan diversas aproximaciones a la teoría de la información, centrándose en la teoría de la complejidad de Kolmogorov, junto con resultados técnicos y sus pruebas. A su vez, se muestra que la teoría algorítmica de la información puede ser usada para dar cuenta del concepto de aleatoriedad. La lectura de este capítulo, aunque ardua, prepara el camino para el siguiente. El cuarto capítulo, *Application to Classification Theory*, de Marie Ferbus-Zanda se centra en otra aplicación de la teoría de la complejidad: la clasificación. Aquí se presenta, además, la llamada "clasificación Google" y se traza un vínculo conceptual entre esta última y la teoría de la complejidad. Es muy interesante, en particular, la sección 4.6 de este artículo. Allí, no sólo se relaciona la teoría de Kolmogorov con las nociones de aleatoriedad y clasificación, sino también con las frondosas nociones de intensionalidad y abstracción, ambos tópicos que ningún filósofo puede obviar. En las conclusiones de estos artículos se encuentra la siguiente frase que resume de modo gráfico parte del profundo contenido filosófico del texto: 'Thus one can say that: Knowledge is abstract information: abstract, compressed, with some intensionality content […] Observe that some abstractions are somewhat "accidental": they occurred at some time and drastically modify the state of knowledge. Note that it is really what Kolmogorov complexity shows' [p. 131].

En el quinto capítulo, *Proof Theoretical Semantics and Feasibility*, Jean Fichot parte de la clásica crítica de los contructivistas a los defensores de la matemática clásica, basada en la apelación a considerar a estos últimos realistas de los objetos matemáticos. Así, en primer lugar, sostiene que el constructivismo no es inmune a dicho realismo, en virtud de dos idealizaciones de las capacidades humanas: la creativa y la mecánica. Luego, argumenta que la primera de las idealizaciones puede ser evitada mediante una semántica de teoría de la prueba. En el artículo, entonces, en detrimento de la noción de sujeto creador, se sigue la noción célebre de la tradición inferencialista iniciada por Gentzen, relacionada con el hecho de que el significado de las conectivas lógicas está dado en última instancia por las reglas de introducción. Por otro lado, se apela a la noción de realizabilidad (*feasibility*) para evitar la segunda de las idealizaciones. Es de especial interés, en este sentido, el profundo e interesante análisis de FA, una teoría aritmética cercana a PA, desde el punto de vista de teoría de la prueba, introduciendo un cálculo de secuentes para dicha teoría. Aquí, entre otros, el objetivo es evitar una suerte de paradoja de sorites relacionada con la realizabilidad de los números naturales.

El sexto capítulo, *Recursive Functions and Constructive Mathematics*, a cargo de Thierry Coquand consiste en un análisis de la relación entre la teoría de las funciones recursivas y el desarrollo de la matemática, desde el punto de vista constructivista. El autor muestra el devenir y la relación histórica entre ambas concepciones, pasando por Heyting, Skolem y Bishop, arribando a la sorprendente conclusión de que la matemática constructiva actual, usando lógica intuicionista, no se basa en ninguna noción explícita de algoritmo. Así, leemos: "[…] the best description of constructive mathematics is *mathematics developed using intuitionistic logic* […] What is remarkable in this characterisation is that it is independent of any notion of algorithms" [p.165]. De hecho, es importante destacar que la noción de recursividad, desarrollada al amparo de la matemática clásica, si bien tiene vinculaciones técnicas no sirve a la base de la explicación de la noción de función constructiva, que es un término primitivo de la matemática constructivista.

En el capítulo 7, último de la compilación, *Gödel and Intuitionism*, Mark van Atten elabora un análisis histórico y conceptual de la relación entre el célebre lógico Kurt Gödel y las ideas intuicionistas. En este sentido, se muestra los contactos entre Gödel, Brower y Heyting y las influencias del intuicionismo en sus trabajos, "in particular on the introduction of computable functional of finite type as a primitive notion" [p. 169]. El autor presenta, además, interesante material de archivo que evidencia la relación entre la interpretación dialéctica y la noción de prueba reductiva y aplicaciones de la fenomenología de Husserl. En este sentido, se lee en el texto: "It is clear that Gödel […] is speaking of what Husserl called 'phenomenological psychology'. Husserl wrote extensively about this in two places that Gödel knew well" [p. 193]. Por último, van Atten agrega un apéndice en el que presenta material que prueba que Gödel anticipó la noción de progresiones transfinitas autónomas cuando escribió su paper sobre incompletitud. Todo este capítulo abunda en análisis detallados y críticos de material de archivo, por lo que su lectura es imprescindible para todo aquel que desee conocer de primera mano las posiciones del lógico austríaco.

Finalmente, el libro, visto en su conjunto, trata la relación entre tópicos fuertemente vinculados, desde un punto de vista histórico. Sin embargo, es difícil encontrar en la literatura dicha vinculación desarrollada con una profundidad conceptual como la aquí expuesta. Si bien hubiera sido esperable alguna ampliación mayor en la crítica de la matemática clásica, el libro logra conjugar de manera sintética las ventajas y limitaciones de la matemática constructivista. A su vez, encontramos un entrelazamiento entre resultados técnicos y sus consecuencias filosóficas que resulta esclarecedor, ya que enriquece y sustenta las discusiones enmarcadas en estos tópicos. Por estas razones, este libro constituye una lectura ineludible, no sólo para quien tenga un interés en profundizar sobre alguno de estos asuntos en particular, ya sea desde un punto de vista Lógico o de Filosofía de la Matemática, sino también para quien quiera introducirse en las discusiones generales desarrolladas en estos campos de estudio.

Bruno Da Ré
Universidad de Buenos Aires – CONICET
brunohoraciodare@gmail.com