Dialogando entre niñas y niños. Aprender lógica jugando con niñas y niños: por un proyecto dialógico para el aprendizaje de la lógica

Juan Redmond

Instituto de Filosofía
Universidad de Valparaíso
Conicyt

> *Porque el hombre libre no debe aprender nada por medio de una esclavitud. Pues si bien los trabajos corporales realizados a la fuerza no hacen ningún mal al cuerpo, las lecciones que se hacen entrar a la fuerza en el alma no son estables en absoluto. […] -Así pues, excelente [amigo], educa a los niños en el estudio, pero […], como jugando, para que por ello observes mejor las disposiciones naturales de cada uno. -Es razonable lo que dices -afirmó.*
>
> Platón, *La República*, Libro VII, Capítulo XVI[1]

Resumen

Defendemos en nuestro trabajo que la perspectiva lúdica de la lógica dialógica, por su estructura dinámica enmarcada en las lógicas de la interacción y los flujos de información, es un enfoque óptimo para que niñas y niños aprendan a dirimir discusiones sobre la pertinencia o no de ciertas conclusiones que se desprenden de ciertas premisas en el marco del análisis de argumentos, como propuesta de contenido para la enseñanza de filosofía para niñas y niños en la escuela media básica.

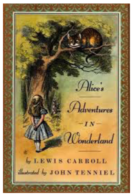
La Filosofía para niños es presentada en la literatura general como una propuesta educativa que brinda a los niños instrumentos adecuados en el momento en que comienzan a interrogarse acerca del mundo

[1] Agradezco al Prof. Carlos Martel (UV) por la cita (el resaltado es mío).

y de su inserción en él. Y si uno de los modos de inserción consiste en participar en las dinámicas comunicativas argumentadas de cada día, pues, creemos que la lógica debe ocupar un lugar protagónico en los programas dirigidos a estos objetivos.

Pero cabe las pregunta: ¿cómo enseñar lógica a niñas y niños para que la entiendan? Es decir, como llegar a los niños con contenidos que puedan incorporar fácilmente y que les sea de utilidad.

Como se trata de lógica, entonces pensemos en Alicia, el personaje ficcional del libro *Las aventuras de Alicia en el país de las maravillas* (*Alice's Adventures in Wonderland*, 1865), y el subsiguiente *Alicia a través del espejo* (*Through the Looking-Glass*, 1871).



En efecto, esta obra de literatura fue escrita por el matemático, lógico británico Charles Lutwidge Dodgson, más conocido bajo el seudónimo de Lewis Carroll. El cuento está lleno de alusiones satíricas a los amigos de Dodgson, la educación inglesa y temas políticos de la época. El País de las Maravillas que se describe en la historia es creado básicamente a través de juegos con la lógica y poblada de absurdos, contradicciones, paradojas y acertijos.

Si la obra es bien llevada por un docente, niñas y niños incorporan conocimientos que pertenecen a la lógica. Ejemplos de esto son las *negaciones que operan sobre clases* (festejar el no-cumpleaños en el capítulo de *Una merienda de locos*), los problemas de la interpretación de “ninguno” y “todos” antes de la cuantificación fregeana (A: quién te vió partir? B: *Nadie* me vio partir); el Gato de Cheshire que quizás representa uno de los temas más difíciles de explicar: la *mereología* (la sonrisa, el gato, aparece y desaparece pero sus partes siguen estando allí[2]). En general, alusiones permanentes a los principios de no contra-

[2] En filosofía, la mereología (del griego antiguo μερος, “parte”) es el estudio de las relaciones entre partes, tanto de las partes con el todo, como de las partes con otras partes. La mereología tiene una larga historia en la filosofía. Aristóteles ya presenta algunas reflexiones en la Metafísica, sus trabajos sobre física y otros. También Boecio dedica al tema parte de su De Divisione e In Ciceronis Topica.[1] En la Edad Media, la mereología fue importante en los trabajos de Pedro Abelardo, Tomás de Aquino, Ramón Llull

dicción y de tercer excluido.

Argumentos en lógica clásica

Pero más allá de brindar medios para tomar contacto con nociones básicas, el mayor interés de la lógica desde sus primero pasos ha sido la argumentación, es decir, qué se deriva de qué y con qué fundamentos. Pero cuando se trata de pasar a los argumentos, es decir, al uso de argumentos confiables o correctos, entramos en un campo bastante rígido, *estático* y que por momentos parece bastante arbitrario (si uno piensa, por ejemplo, en las paradojas de la implicación material). En efecto, el uso de estructuras que garantizan que un argumento es correcto y que de modo estático, al sustituir sus partes por contenidos, nos llevan a argumentos correctos. Nos referimos a Modus Ponens, silogismo disyuntivo, etc.

En efecto, decimos que la validez de los argumentos o inferencias reside en su forma. Y cómo determinamos que una inferencia es válida? Mediante procedimientos, métodos, etc. En este sentido uno de los puntos más importantes del aprendizaje de la lógica tiene que ver con el conocimiento del idioma que habla la lógica. Este aprendizaje es, en un primer momento, gramatical. Tenemos que aprender a hablar como habla la lógica y así poder servirnos de ella, es decir, para que ella sea una ayuda para el razonamiento. Y esto tiene que ver ante todo con las oraciones, los elementos con las cuales componemos las oraciones y las conectivas con las cuales liamos las oraciones. No debemos olvidar el resurgir de la lógica a finales del siglo XIX a partir de la publicación de la *Conceptografía* de Gottlob Frege, un lenguaje de fórmulas, semejante al de la aritmética, para el pensamiento. Aprendemos entonces (siguiendo en líneas generales lo que los manuales nos enseñan) que las oraciones pueden ser conectadas con *conjunciones*, *disyunciones*, *condicionales* y *negaciones*. La negación, en realidad, no conecta nada pero igual se la incluye en la lista. Dadas dos oraciones del tipo "la puerta es de madera" y "la puerta está abierta", podemos

---

y Alberto de Sajonia, entre otros. Sin embargo, la primera teoría exhaustiva se debe principalmente a Franz Brentano y a su discípulo Edmund Husserl.[1] Por otra parte, la primera formalización satisfactoria fue de Stanislaw Leśniewski, quien la publicó en polaco en 1916. La primera teoría en inglés, que popularizó el estudio de la mereología, fue de H. S. Leonard y Nelson Goodman en 1943.

construir expresiones del tipo “la puerta es de madera y está abierta” o “la puerta es de madera o está abierta” o “si la puerta es de madera, entonces está abierta” o “la puerta no es de madera”. A continuación decimos que las oraciones solo pueden y deben ser verdaderas o falsas, una tercera opción no existe y no pueden privarse de ninguna de las dos (principio de bivalencia).

Aparecen, entonces, las tablas de verdad, que a mi entender tienen un efecto amenazador en los pequeños. Quizás similar a lo que genera el aprendizaje de las tablas de multiplicar. Desde luego esto no pone en cuestión la importancia del aprendizaje de la matemática en niñas y niños desde los primeros años de sus vidas.

p	q	$\neg p$	$\neg q$	$p \wedge q$	$p \vee q$	$p \rightarrow q$	$p \leftrightarrow q$
V	V	F	F	V	V	V	V
V	F	F	V	F	V	F	F
F	V	V	F	F	V	V	F
F	F	V	V	F	F	V	V

El problema de estas tablas de verdad, a mi entender, es que no son para nada evidentes. Esto, según creo, dificulta su enseñanza y el aprendizaje de las mismas. En la conjunción, la negación y la disyunción podemos arreglárnoslas con cierta cuota de casos empíricos que aclaran las cosas. Pero llegados al condicional la arbitrariedad nos gana por lejos: decir que un condicional es verdadero cuando su antecedente es falso o su consecuente verdadero, nos conduce a piruetas interpretativas que a veces nos llevan al ridículo. Cualquier niño se burlaría de nosotros si le decimos que es verdad que “si los chanchos vuelan entonces el profesor no sabe nada de lógica”.

Pero incluso con las otras conectivas la cuestión no es tan sencilla, puesto que cualquier niña o niño sabe también que no es lo mismo que “me desvista y me meta en la cama” y que “me meta en la cama y me desvista” (imagínense qué incómodo), aunque las tablas de verdad nos dicen que no hay diferencia pues son lógicamente equivalentes.

Es entonces apelando a las tablas de verdad que definimos la validez de un argumento. En efecto, decimos que un argumento es válido si no es posible el siguiente caso: que las premisas sean verdaderas y la conclusión falsa.

Si queremos por esta vía (que no es la única) explicarle a un niño por qué no es correcto afirmar que *llovió* sobre la base de que *cuando normalmente llueve el patio se moja* y ahora *el patio está mojado,* lo hacemos del siguiente modo: buscamos el esquema de argumento que se esconde por detrás (su forma) y lo analizamos con tablas de verdad. Al hacerlo descubrimos que es posible que las premisas sean verdaderas y la conclusión falsa, lo cual desafía la definición que dimos más arriba. Pero esto debemos aceptarlo sobre la base de unas tablas cuyo carácter arbitrario en algunas de las asignaciones de valores nos hace dudar de su confiabilidad.

$$p \rightarrow q,\ q \vdash p \text{ (argumento inválido)}$$

Por un proyecto dialógico para el aprendizaje de la lógica

A continuación propondremos que la lógica dialógica, por su raíz en la noción de diálogo o intercambios dinámicos de información o de juegos interactivos, es una de las perspectivas más adecuadas para enseñar lógica a niñas y niños. Y es más divertida pues nunca esta frase corresponde más cabalmente con el contenido: se *aprende jugando*[3]. En efecto, la lógica dialógica captura las inferencias de modo dinámico como un flujo o intercambio de información entre jugadores en disputa. Este modo de entender las inferencias se enlaza con una tradición que viene desde Platón y sus diálogos. Por ella este modo de hacer lógica toma su nombre de lógica dialógica[4].

Nuestra propuesta no conlleva una demostración de por qué la lógica dialógica es más apta que otras perspectivas. Solo haré mención – a modo de analogía – de que la mayor parte de los medios electrónicos (prótesis informáticas) que nuestras niñas y niños de hoy manejan (telefonía, televisión, computación, juegos virtuales, etc.) están diseñados sobre la base de lógicas interactivas. Por ello creo que la afinidad con la propuesta dialógica de estudiar argumentación es óptima.

---

[3] Jugar: del latín iocari (hacer con alegría)

[4] Para más detalle ver: http://plato.stanford.edu/entries/logic-dialogical/

Pasemos ahora a la parte aburrida, pero aburrida para los profesores: ¿cómo funciona la lógica dialógica?

Una nueva perspectiva: las lógicas de la interacción

En el seno de la lógica matemática del siglo XX, surgió un conjunto de técnicas, conceptos y resultados que constituyeron una suerte de paradigma en el cual la idea de inferencia lógica es un caso particular de la interacción entre los participantes de un diálogo crítico. Como ya ha sido remarcado en los trabajos de Per Martin-Löf (1996), el vocabulario filosófico presenta a menudo la siguiente ambigüedad: un mismo término designa a la vez una *acción* y el *contenido* o *resultado* de dicha acción. Es el caso, entre otros, de "razonamiento" y "proposición". Johan van Benthem (1994: 109) señala que esta ambivalencia, que oscila entre un polo "estático" (el contenido) y otro "dinámico" (la acción), confirma las diferentes representaciones de lo que debe ser la tarea propia de la lógica.

Para la tradición de la lógica matemática que culmina en la perspectiva de Frege, la lógica es el estudio de una estructura compuesta de proposiciones (cfr. *Satz an Sich* de Bolzano o lo que Frege llamaba *beurteilbarer Inhalt*) y de relaciones entre esas proposiciones (la de consecuencia lógica es la más importante). Pero a partir de los años treinta, una nueva corriente piensa que la teoría de la significación y de los *contenidos* de pensamiento (tradición *estática*), debe ir acompañada de la teoría del *acto* de pensar o de significar (punto de vista *dinámico*). Podemos considerar el intuicionismo de L.E.J. Brouwer como el punto de partida de esta tradición.

La estructura proposicional que es objeto de la tradición estática, se define semánticamente como una estructura booleana, donde las proposiciones son consideradas como valores de verdad y las constantes lógicas como operadores sobre esos valores. Sintácticamente, como un álgebra de signos puros sobre los cuales operamos *via* reglas de cálculo. La existencia de tales estructuras es considerada como un hecho matemático, y su adecuación para dar las normas del razonamiento como una evidencia. Por ello, en esta perspectiva, con palabras de van Benthem:

> …el énfasis reside en el hecho de "que" o de "si" ciertas oraciones son verdaderas respecto de una situación, pero no tanto de "cómo" llegaron ellas a ser consideradas como verdaderas (van Benthem 1994: 109).

La cuestión de hacer del "cómo" el interrogante principal de la lógica, posee consecuencias importantes, tanto filosóficas como técnicas. Es aquí, justamente, donde la lógica intuicionista entra en juego en tanto que es ella la primera tentativa de desarrollar estas consecuencias. En efecto, hay al menos dos principios que son considerados como válidos para la lógica clásica pero que se presentan como problemáticos para quienes pretenden considerar el modo de aprehensión de la verdad de un enunciado por un sujeto de conocimiento: el primero es la *doble negación*, el segundo es el *tercero excluido*.

El primero es el núcleo de un modo de inferencia crucial en matemáticas: el razonamiento *por el absurdo*. Deducir A a partir de su doble negación, según los intuicionistas, genera problemas que conciernen directamente el cuantificador existencial: podemos mostrar por el absurdo la existencia de entidades matemáticas sin necesidad de exhibirlas o de construirlas, lo cual pone en cuestión la significación del cuantificador. Parece más razonable, si lo que nos interesa es el modo de aprehensión de la verdad de un enunciado, exigir que la condición de reconocimiento de la verdad de un existencial sea la capacidad de determinar un valor particular para la variable cuantificada, de tal modo que el enunciado de la formula correctamente instanciada sea verdadero.

Respecto del tercero excluido, el argumento que demuestra su validez esconde una sutileza inaceptable para los intuicionistas: la demostración de la disyunción principal es realizada sin que ninguno de los dos miembros de la disyunción sea probado. Lo razonable, argumentan, es que la demostración se lleve a cabo como una demostración por un miembro o por el otro. En otras palabras: la demostración del tercero excluido se apoya en el razonamiento por el absurdo, o en una estructura más compleja en la cual no se tiene en cuenta la demostración de los componentes de la disyunción. En definitiva, si no queremos considerar una teoría de la verdad de modo independiente de una teoría del modo de reconocimiento de esa verdad, el tercero excluido resulta inaceptable puesto que nos fuerza a considerar en una demostración la existencia de demostración que no poseemos.

Por todo esto, el lógico que decide tener en cuenta el reconocimiento de la verdad, bajo la forma de una teoría de la construcción de demostraciones o de una epistemología de los medios de verificación, es conducido sin retraso a modificar su concepción de las leyes de la lógica, lo que da lugar a las lógicas no clásicas.

Sin embargo, el desarrollo de la lógica intuicionista encuentra una dificultad mayor de orden semántico. Para la estructura proposicional que es objeto de estudio de la lógica clásica, se proporciona una noción de semántica desarrollada a partir de los trabajos de Alfred Tarski (1983) y conocida como teoría de modelos. Esta teoría se hace cargo de la noción de verdad *via* la noción de referencia: a partir de una función de interpretación de términos individuales y de predicados, es posible hacer explícito el valor de verdad de un enunciado relativo a la estructura. Pero, aquí lo problemático, la definición tarskiana de modelos presupone la validez del tercer excluido y, por tanto, la lógica intuicionista emerge como un cálculo puro sin que se le pueda asociar una semántica entendida en el sentido de una teoría de la referencia (una semántica referencialista). En este sentido, la lógica dialógica desarrollada por Paul Lorenzen nace directamente de la intención de dar a la lógica intuicionista una semántica propia.

En general tenemos dos tradiciones que afirman implementar la noción de juegos de lenguaje en lógica. Por un lado, la lógica de Lorenzen y Lorenz que nació directamente de la intención de dar a la lógica intuicionista una semántica propia. Por otro, la semántica de juegos de Jaakko Hintikka (la GTS=semántica de juegos), con un origen independiente.

La idea principal viene de la filosofía del lenguaje desarrollada por Wittgenstein en sus *Investigaciones Filosóficas*. Es bien conocida la idea de Wittgenstein de que en un gran número de casos, comprender la significación de una expresión significa conocer el uso que se hace de esta expresión en el contexto de una interacción lingüística, que a su vez es comprendido como un juego. Sabemos que Wittgenstein nunca dio una definición precisa de juegos de lenguaje y por una buena razón, puesto que él defiende la idea de que esos juegos a menudo están desprovistos de reglas y, por tanto, sin una forma determinada.

Lógica dialógica

Se trata de focalizar en la dimensión procedural de la demostración. Es decir lo que está en cuestión aquí es saber hasta qué punto es posible que la noción de demostración, que normalmente está ausente de las prácticas lingüísticas corrientes, pueda otorgar una semántica a los enunciados.

Y es, en efecto, en la noción de *diálogo* donde Lorenzen y Lorenz (1978) encuentran el concepto que permite explicar el significado de las constantes lógicas, guardando intactas las intuiciones lingüísticas corrientes y remarcando la importancia de la dimensión procedural y epistémica de la noción de demostración. Los diálogos son juegos de lenguaje matemáticamente definidos para que establezcan la interfase entre la actividad lingüística concreta y la noción formal de demostración. Dos interlocutores (proponente y oponente) intercambian movimientos que son concretamente actos lingüísticos. Ambos siguen dos tipos de reglas: reglas de partículas y reglas estructurales. El proponente enuncia una tesis, la tesis del diálogo, y se compromete a defenderla respondiendo a todas las críticas del oponente. Las críticas permitidas son definidas en términos de la estructura de los enunciados afirmados en el diálogo. Por ejemplo, si un jugador afirma la conjunción A y B, al mismo tiempo concede al adversario la posibilidad de elegir uno de los dos y de exigirle que lo afirme. La noción misma de afirmar se encuentra definida por el contexto de la interacción crítica: afirmar significa comprometerse a proporcionar una justificación a un interlocutor crítico. Pero en diálogos no hay una teoría general de la justificación sino sólo en la medida en que se trate de enunciados lógicamente complejos que encuentran su justificación a partir de enunciados simples. A su vez, los enunciados simples se justifican en acción recíproca con el interlocutor crítico. Esto es, según exhorta la regla, el proponente podrá considerar justificado un enunciado elemental, si y solamente si el oponente ha concedido esa justificación. Esta regla confirma la *formalidad* de los diálogos: el proponente gana sin presuponer justificaciones por ningún enunciado particular.

Cabe agregar que esta última restricción en un diálogo crítico posee un precedente en las prácticas de formación teórica de Aristóteles, al momento de escribir los *Tópicos* y las Refutaciones sofísticas:

"En cuanto a mí, no creo haber formulado ninguna conclusión que valga la pena acerca del asunto de nuestra disputa, a menos que no te reduzca a que te presentes tú mismo a rendir testimonio de la verdad de lo que digo; y tú creo que nada podrás alegar contra mí a menos que yo, que estoy solo, declare en tu favor y que no asignes importancia al testimonio de los otros. He aquí, pues, dos maneras de refutar: la una la que tú y otros creéis verdadera, y la otra la que yo, por mi parte, juzgo verdadera." (Platón, *Gorgias*, 472b-c.)

Decimos que una tesis no es considerada como formalmente justificada sino a condición de que esa justificación sea producida en función de la significación de constantes lógicas y de las justificaciones elementales concedidas por el adversario. En definitiva lo que tenemos con la dialógica es una semántica para la lógica intuicionista, esto es, una teoría del significado que no es una teoría de la referencia.

Semántica de juegos

En la misma época en la cual Lorenzen y Lorenz formulaban la lógica dialógica, surge otra perspectiva de gran influencia y que respondía a un programa diferente a pesar de que las concepciones principales de tinte dinámico se asemejan: la perspectiva llamada *semántica de juegos* por traducir *Game-theoretical semantics* (GTS) de Jaakko Hintikka. La idea principal de la semántica de juegos viene de la filosofía del lenguaje desarrollada por Wittgenstein en sus *Investigaciones Filosóficas*.

Es bien conocida la idea de Wittgenstein de que en un gran número de casos, comprender la significación de una expresión significa conocer el uso que se hace de esta expresión en el contexto de una interacción lingüística, que a su vez es comprendido como un juego. Sabemos que Wittgenstein nunca dio una definición precisa de juegos de lenguaje y por una buena razón, puesto que él defiende la idea de que esos juegos a menudo están desprovistos de reglas y, por tanto, sin una forma determinada. Es por esto último que Hintikka puede pretender dar una versión formalmente precisa de tales juegos.

La idea principal de Hintikka es que estos juegos de lenguaje pueden ser comprendidos como el enfrentamiento entre dos participantes, llamados *Eloisa* y *Abelardo*, que se enfrentan en torno a la cuestión de la satisfacibilidad de un enunciado en relación a un modelo. Técnicamente se caracteriza por la transformación de todas las expresiones a formas normales que hacen desaparecer las implicaciones y hace que las negaciones no porten que sobre expresiones atómicas. La principal diferencia con los diálogos de Lorenzen & Lorenz concierne la restricción formal. En otras palabras: allí donde en diálogos se autoriza al oponente a proporcionar todas las justificaciones elementales que desee, los dos jugadores de la semántica de juegos tienen roles simétricos. Cuando un juego llega por descomposición sucesiva y siguiendo una secuencia de elecciones, a enunciados atómicos, es el modelo quien arbitra y provee el criterio de victoria. Esto es, si el juego termina en un enunciado "p" que es justamente verdadero en el modelo, entonces la verificadora Eloisa gana. La existencia de una estrategia de victoria en semántica de juegos muestra la satisfacibilidad de una fórmula en el modelo en cuestión. Si esto último puede ser probado para todo modelo, entonces la fórmula es válida. De este modo tenemos que la semántica de juegos presupone modelos y la noción de validez que aplica es la estrictamente clásica (con tercero excluido válido).

La lógica dialógica. Reglas de partículas

Como mencionamos más arriba, las reglas de partículas se despliegan en función de ataque y defensas que las definen. Afirmar una expresión con una conectiva significa estar dispuesto a participar de la dinámica de ataques y defensas frente a un interlocutor y de la cual emergerá si la tesis inicial resiste todos los embates permitidos o se hundirá irremediablemente por los golpes del contrincante.

REGLAS DE PARTÍCULAS
CONJUNCION (RP1)

$\wedge$		
***Fórmula afirmada* (RP1a)**	***Ataque* (RP1b)**	***Defensa* (RP1c)**
$A \wedge B$	Una pregunta: ?	A y B Una fórmula que debe ser, a su vez, defendida: "!"

Explicación

¿Qué sentido tiene afirmarle a alguien una conjunción? El sentido es: que me comprometo a poder probarle a esa persona cualquiera de los dos componentes de la conjunción que *la otra persona* me demande.

DISYUNCION (RP2)

$\vee$		
***Fórmula afirmada* (RP2a)**	***Ataque* (RP2b)**	***Defensa* (RP2c)**
$A \vee B$	Una pregunta: ?	A o B Una fórmula que debe ser defendida: "!"

Explicación

¿Qué sentido tiene afirmarle a alguien una disyunción? El sentido es: que me comprometo a poder probarle a esa persona cualquiera de los dos componentes de la disyunción. Pero esta vez soy yo, el que afirma la disyunción, el que decide cuál de las dos.

CONDICIONAL (RP3)

$\rightarrow$		
***Fórmula afirmada* (RP3a)**	***Ataque* (RP3b)**	***Defensa* (RP3c)**
$A \rightarrow B$	A Una fórmula	B Una fórmula que debe ser defendida: "!"

Explicación

¿Qué sentido tiene afirmarle a alguien un condicional? El sentido es: que me comprometo a poder probarle el consecuente si ella o él está dispuesto a concederme el antecedente. La denominación de antecedente o consecuente es meramente coloquial. Cuando alguien afirma A→B, en esta perspectiva lúdica, lo que está afirmando es: si me concedes lo que menciono primero, yo te pruebo lo segundo. Desde luego el individuo que concede lo primero se compromete ella misma a probar lo primero.

NEGACION (RP4)

¬		
Fórmula afirmada	***Ataque***	***Defensa***
¬*A*	*A* Una fórmula	No hay defensa

Explicación

¿Qué sentido tiene afirmarle a alguien una negación? La negación es muy espacial pues la dinámica es mínima. No da lugar a un intercambio fluido. Uno afirma una expersión negada y la otra o el otro afirma lo mismo pero sin negar. Al estilo Juan: no está lloviendo, y María responde: está lloviendo. Fin del diálogo.

SUMARIO

$\wedge$		
Fórmula afirmada	***Ataque***	***Defensa***
$A \wedge B$	Una pregunta: ?	A o B Una fórmula que debe ser defendida: "!"
$\vee$		
Fórmula afirmada	***Ataque***	***Defensa***
$A \vee B$	Una pregunta: ?	A y B Una fórmula que debe ser defendida: "!"
$\rightarrow$		
Fórmula afirmada	***Ataque***	***Defensa***
$A \rightarrow B$	A Una fórmula	B Una fórmula que debe ser defendida: "!"
$\neg$		
Fórmula afirmada	***Ataque***	***Defensa***
$\neg A$	A Una fórmula	No hay defensa

REGLAS ESTRUCTURALES

(SR-0) (INICIO)

Las expresiones de un diálogo están numeradas y son afirmadas alternativamente por P y O. La tesis lleva el número 0 y es afirmada por P. Todos los movimientos deben obedecer las reglas estructurales y de partículas.

(SR-1): CIERRE PARA LÓGICA INTUICIONISTA

Cada vez que el jugador X juega puede *atacar* a cualquier movimiento de Y en la medida en que las demás normas se lo permitan, o *defenderse del* último ataque de Y, con tal de que todavía no lo haya defendido antes.

Ejemplo: consideramos Y=**O** y X=**P**

	O	**P**
j	Ataque 1	Sin respuesta
m	Ataque 2	Sin respuesta
		Después del movimiento m, P sólo puede defenderse del ataque 2 (nunca de Ataque j).

(SR-1): CIERRE PARA LÓGICA CLÁSICA

Cada vez que el jugador X juega puede atacar a cualquier movimiento de Y en la medida en que las demás normas se lo permitan, o defenderse de cualquier ataque de Y (incluso aquellas contra las que él ya se ha defendido). En otros términos, los jugadores pueden jugar de nuevo las defensas anteriores (que tiene sentido cuando otro movimiento está disponible).

(SR-2): RAMIFICACIONES

Hay tres casos en los que se extenderá el diálogo de tal manera que va a generar dos (nuevos) juegos distintos llamados juegos dialógicos.

Estos casos son cuando **O** defiende una disyunción, **O** ataca a una conjunción u **O** reacciona a un ataque contra un condicional.

(SR-3): (USO FORMAL DE FÓRMULAS ATÓMICAS)

Las fórmulas atómicas (fórmulas sin conectores o partículas) pueden ser pronunciadas por primera vez sólo por O. El proponente (P) puede afirmar una fórmula atómica sólo si la misma fórmula ya fue afirmada antes por O. Las fórmulas atómicas no pueden ser atacadas.

(SR-4): (REGLA DE GANANCIA PARA JUEGOS): DIÁLOGOS FINALIZADOS, ABIERTOS Y CERRADOS

- Un diálogo está **cerrado** si y sólo si la misma fórmula atómica aparece en dos posiciones seguidas, una afirmada por X y otra por Y. De lo contrario, el diálogo sigue **abierto**.
- El jugador que afirma la tesis gana si y sólo si el diálogo está cerrado. Un diálogo está finalizado si y sólo si está cerrado o no hay más movimientos posibles de acuerdo con las reglas. El oponente gana si y sólo si el diálogo está finalizado y abierto.
- (Definición 7) [Repetición estricta de un ataque o una defensa]

(i) Se habla de una repetición estricta de un *ataque* si un movimiento está siendo atacado, aunque el mismo movimiento ya ha sido atacado con el mismo ataque antes.

(ii) Se habla de una repetición estricta de una *defensa* si un ataque m1, que ya se ha defendido con el movimiento defensivo m2, es defendido contra el ataque m1 una vez más con el mismo movimiento defensivo.

(SR-5): (REGLA TÁCTICA NO DILATORIA)

Esta regla tiene dos variantes, clásica e intuicionista, dependiendo de si el diálogo se desarrolla con **SR-1**$_{\textbf{intuicionista}}$ o con **SR-1**$_{\textbf{clásica}}$.

(i) si jugamos con **SR-1**$_{\textbf{clásica}}$: no se permiten repeticiones estrictas.

(ii) si jugamos con **SR-1**$_{\textbf{intuicionista}}$: si **O** afirmó una fórmula atómica nueva que puede ahora ser utilizada por P, P puede realizar la repetición de un ataque. Ninguna otra repetición estricta está permitida.

(DEFINICIÓN 8) [ESTRATEGIA GANADORA]

La tesis A tiene una estrategia dialógica ganadora en el sentido clásico o intuicionista si y sólo si todos los juegos que pertenecen al respectivo diálogo están cerrados.

EJEMPLOS

Pondremos ahora en movimiento estas reglas. Lo haremos para un juego sencillo, digamos, de quién tiene razón", dinámica muy apetecida por los menores.

Juan: Te presté una mochila o un bolso, no recuerdo bien.

María: entonces?

Juan: entonces, según lo anterior, por favor devuélveme mi bolso!

María: uh!

Tenemos entonces que María no recuerda bien cuál de los dos le prestó pero seguro al menos uno (disyunción), de ello infiere que tiene derecho a solicitarle expresamente el bolso (como si para la conclusión tuviera certeza de que fue el bolso el que le prestó). Esto puede capturarse según la siguiente expresión ((pvq) → p) de acuerdo al glosario: p: te presté una mochila; q: te presté un bolso; →: por lo tanto; v: o uno u otro o ambos. En la conclusión repetimos p pues el pedido de devolución presupone que ella le prestó el bolso. Es decir, parafraseando a Juan, él está razonando así, no sé cuál de los dos te presté, entonces te presté el bolso, devuélvemelo. Plantearemos a continuación un diálogo (lógico) entre ambos para dirimir este entuerto: tiene razón Juan o no?

(i) Juan afirma su tesis:

					
				(pvq) → p	0

(ii) María le concede lo primero para que pruebe lo segundo (regla de partículas **(RP3b)**):

					
				(pvq) → p	0
1	pvq	0			

(iii) Juan le dice que si le concedió lo primero, que se decida por uno de los dos (regla de partículas **(RP2b)**):

					
				(pvq) → p	0
1	pvq	0			
			1	?-v	2

(iv) María se decide por el otro….(regla de partículas **(RP2c)**):

					
				(pvq) → p	0
1	pvq	0			
3	q		1	?-v	2

(v) Juan no tiene razón…. María gana el diálogo **(Definición 8)**

					
				(pvq) → p	0
1	pvq	0			
3	q ☺		1	?-v	2

Es importante ver aquí que para María no cuenta si es el bolso o la mochila lo que en realidad le prestó Juan (lo cual sería otro tipo de prueba y no sería lógica). Lo que cuenta aquí es que partiendo de una disyunción **no** puedo afirmar con derecho una de sus partes, sea cual fuere el contenido de las oraciones involucradas.

Comparemos ahora con el siguiente diálogo:

> Juan está seguro de haberle prestado las dos cosas (el bolso y la mochila: *conjunción*), es decir, en este caso la fórmula sería: $((p \wedge q) \rightarrow p)$ con el mismo glosario anterior salvo por $\wedge$: y (las dos cosas). Nos preguntamos ahora: ¿tiene derecho Juan a exigir que el devuelvan el bolso?

Hagamos el diálogo:

(i) Juan afirma su tesis:

					
				$(p \wedge q) \rightarrow p$	0

(ii) María le concede lo primero para que pruebe lo segundo (regla de partículas **(RP3b)**):

					
				$(p \wedge q) \rightarrow p$	0
1	$p \wedge q$	0			

(iii) Juan le dice que si le concedió lo primero, que le conceda también el de la izquierda (regla de partículas **(RP1b)**):

					
				$(p\wedge q) \rightarrow p$	0
1	$p\wedge q$	0			
			1	$?\text{-} \wedge_1$	2

(iv) María debe concederle lo que solicita Juan pues la regla del juego para la conjunción lo exige (regla de partículas **(RP1c)**):

					
				$(p\wedge q) \rightarrow p$	0
1	$p\wedge q$	0			
3	p		1	$?\text{-} \wedge_1$	2

(v) Juan cierra y gana el diálogo **(Definición 8)**

					
				$(p \wedge q) \rightarrow p$	
1	$p \wedge q$	0		p ☺	4
3	p		1	$?\text{-} \wedge_1$	2

Observaciones finales

La preocupación por la validez o invalidez de los argumentos que utilizamos diariamente (lógica) ha sido una preocupación filosófica desde los albores del tiempo. Y si nos propusiéramos incorporar estos contenidos en la escuela media básica (filosofía para niñas y niños de 6 a 12 años aproximadamente), la lógica dialógica ofrece una buena oportunidad de llegar con estos temas a los aprendices con un método dinámico y preciso. Además se trata de un método de fácil aprendizaje para las nuevas generaciones pues es compatible con la estructura de la mayor parte de los juegos interactivos con los cuales las niñas y niños en nuestros días se encuentran tan familiarizados.

Bibliografía

Brentano, F., *Psychologie vom empirischen Standpunkt*, Leipzig: Duncke & Humblot, 1874. (2ème edition par Oskar Kraus, 1924, Leipzig: Meiner). *Psychologie du point de vue empirique*, traduction par M. de Gandillac-J-F. Courtine. Paris : J. Vrin, 2008.

Fontaine, M., Redmond J., Rahman S., 2009. «Etre et Etre choisi, Vers une logique dynamique de la fiction», dans page personnel Shahid Rahman: http://stl.recherche.univ-lille3.fr/textesenligne/etre_et_etre_choisi.pdfHintikka, J. and Sandu, G. "Game-theoretical semantics" in

J. van Benthem, J. and A. ter Meulen (eds.), *Handbook of Logic and Language*, Cambridge, Massachusetts: MIT Press, pp. 361–410.

Hintikka, J. «Objects of Knowledge and Belief: Acquaintances and Public Figures». *Journal of Philosophy 67* (21):869-883. 1970

Hintikka, J. «The Semantics of Modal Notions and the Indeterminacy of Ontology». *Synthese 21* (3-4). 1970.

Hume, 2000. *A Treatise of Human Nature.* Edited by David Fate Nortonand Mary J. Norton, Oxford: Oxford University Press.

Jaśkowski, S., 1934. « On the rules of supposition in formal logic », in *Studia Logica 1*, pp. 5-32.

Jaśkowski, S., 1969 [1948]. "Propositional Calculus for Contradictory Deductive Systems", *Studia Logica 24*, pp. 79-90.

Jaśkowski, S., 1999. "Propositional Calculus for Inconsistent Deductive Systems", *Logic and logical philosophy*. Vol. 7, pp. 35-56.

Kant, Immanuel, 1781/1789. *Kritik der reinen Vernunft*. (ed. Wilhelm Weischedel), Darmstadt: Wissenschaftliche Buchgesellschaft, 4.

Keiff, L., 2009. « Dialogical Logic », entrée de la *Stanford Encyclopedi of Philosophy*.

Lambert, Karel, 1960. «The Definition of E(xistence)! In Free Logic », in *Abstracts: International Congress for Logic, Methodology and Philosophie of science*, Stanford, CA, Stanford University Press.

Lambert, Karel, 1983. *Meinong and the Principle of Independence*. Cambridge, The University Press.

Lambert, Karel, 1986. (avec Ermanno BENCIVENGA et Bas van FRAASSEN) *Logic, Bivalence and Denotation*. Ridgeview, Atascadero, CA, 2nd edition en 1991.

Lambert, Karel, 1991. *Philosophical Applications of Free Logic* (Editor and contributor). Oxford.

Lambert, Karel, 1997. *Free Logics: Their Foundations, Character, and Some Applications Thereof*. ProPhil: Projekte zur Philosophie, Bd. 1. Sankt Augustin, Germany: Academia.

Lambert, Karel, 2003. *Free Logic: Selected Essays*. Cambridge & New York: Cambridge University Press.

Lambert, Karel. *Free Logic: Selected Essays*, Cambridge, The University Press, 2003.

Leonard, Henri S., 1956 (june). "The logic of existence", *Philosophical Studies*, vol. VII, n°4, Michigan State University.

Leonard, Henri S., GOODMAN, Nelson, 1940 (june). "The calculus of individuals and its uses", *The Journal of Symbolic Logic*, vol. 5, N°2, Association for Symbolic Logic.

Lorenz, K., 2001: "Basic objectives of dialogue logic in historical perspective", in S. Rahman, S. and H. Rückert 2001, pp. 255–263.

Lorenzen, P. and LORENZ, K., 1978: *Dialogische Logik*. Darmstadt: Wissenschaftliche Buchgesellschaft. 1978

Lorenzen, P., 1955: *Einführung in die operative Logik und Mathematik*, Berlin: Springer.

Lorenzen, P., 1958: "Logik und Agon", Arti del XII Congresso Internationale de Filosofia, Venezia, pp. 187–194. (Reprinted in Lorenzen and Lorenz, 1978.)

Meinong, Alexius, 1904. "Über Gegenstandstheorie" in Meinong 1904a, 1–51. Reprinted in Meinong 1968–78, Vol. II: 481–535. (Théorie de l'objet, 1999. trad. Jean-François Courtine et Marc de Launay, Vrin.)

Per Martin-Löf "On the Meanings of the Logical Constants and the Justifications *of the Logical Laws*" Nordic Journal of Philosophical Logic, vol.1.1, pp.11-60, 1996.

Priest, Graham, 2005. T*owards Non-Being. The logic and Metaphysics of Intentionality*. Oxford, Clarendon Press, Oxford.

Rahman, S. & Fontaine, M., 2010. *Fiction, Creation and Fictionality An Overview*. Revue Methodos (CNRS, UMR 8163, STL). A paraître.

Rahman, S. & Keiff, L., 2004."On how to be a dialogician". In D. Vanderveken (ed.): *Logic, Thought and Action*, Dordrecht: Springer, pp. 359–408.

Rahman, S., 2001. "On Frege's Nightmare. A Combination of Intuitionistic, Free and Paraconsistent Logics". In H. Wansing, (ed.), *Essays on Non-Classical Logic*, River Edge, New Jersey: World Scientific, pp. 61–85.

Tarski, Alfred. "Der Wahrheitsbegriff in den formalisierten Sprachen", *Studia Philosophica*, vol. 1 pp. 261-405, 1935; Collected Papers, vol. 2 Birkhäuser, Basel, pp. 51-199, 1986.

Tarski, Alfred. *Logic, Semantics, Metamathematics*, J. Corcoran. Indianapolis: Hackett. 1983.

Thomasson, Amie L., 1999. *Fiction and Metaphysics*. Cambridge: Cambridge University Press.homasson, Amie L., 2003. "Speaking of Fictional Characters". *Dialectica*, Vol. 57, No.2: 207-226.

Tulenheimo, Tero, 2009. "Remarks on Individuals in Modal Contexts." (à paraître dans *Revue Internationale de Philosophie*).

van Benthem, Johan. "General Dynamics", en *What is a logical system?*, Dov Gabbay (ed.), Oxford, Clarendon Press, coll. "Studies in Logic and Computation", 1994.

van Heijenoort, Jean. "Logic as Calculus and Logic and Language", *Synthese*, vol. 17, pp. 324-330, 1967.

Wittgenstein, L., *Philosophical Investigations* (PI), 1953, G.E.M. Anscombe and R. Rhees (eds.), G.E.M. Anscombe (trans.), Oxford: Blackwell.

Wittgenstein, L., *Philosophical Investigations*, 4th edition, 2009, P.M.S. Hacker and Joachim Schulte (eds. and trans.), Oxford: Wiley- Blackwell.

Wittgenstein, L., *Remarks on the Foundations of Mathematics*, 1956, G.H. von Wright, R. Rhees and G.E.M. Anscombe (eds.), G.E.M. Anscombe (trans.), Oxford: Blackwell, revised edition 1978.

Wittgenstein, L., *The Blue and Brown Books* (BB), 1958, Oxford: Blackwell.

Wittgenstein, L., *Tractatus Logico-Philosophicus*, 1961, D.F. Pears and B.F. McGuinness (trans.), New York: Humanities Press. Wittgenstein, L., Philosophical Grammar, 1974, R. Rhees (ed.), A. Kenny (trans.), Oxford: Blackwell.

Zalta, Edward, 1983. *Abstract Objects*. The Netherlands: Reidel.

Zalta, Edward, 2003. “Referring to Fictional Characters”, *Dialectica* 57: 243-54.